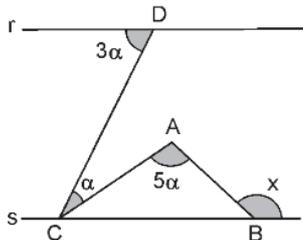


LISTA 14 – Ângulos e triângulos

1 Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas e $AB = AC$. O valor de x é igual a:

- a) 120°
- b) 135°
- c) 140°
- d) 150°
- e) 165°

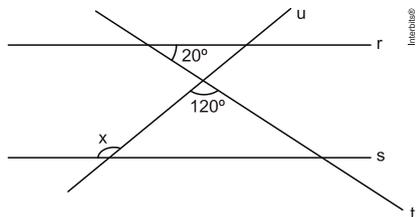


2. (Ita) Uma reta r tangencia uma circunferência num ponto B e intercepta uma reta s num ponto A exterior à circunferência. A reta s passa pelo centro desta circunferência e a intercepta num ponto C, tal que o ângulo \widehat{ABC} seja obtuso. Então o ângulo \widehat{CAB} é igual a

- a) $\frac{1}{2}\widehat{ABC}$.
- b) $\frac{3}{2}\pi - 2\widehat{ABC}$.
- c) $\frac{2}{3}\widehat{ABC}$.
- d) $2\widehat{ABC} - \pi$.
- e) $\widehat{ABC} - \frac{\pi}{2}$.

3. (G1 - ifpe) Júlia começou a estudar Geometria na sua escola. Com dúvida em um exercício passado pelo professor de matemática, ela pediu ajuda ao seu tio. O enunciado era: “As retas r e s são paralelas; as retas u e t, duas transversais. Encontre o valor do ângulo x na figura abaixo”. Portanto, o valor de x é:

- a) 120°
- b) 125°
- c) 130°
- d) 135°
- e) 140°



4. Em um triângulo, dois lados medem, respectivamente, 5 e 8. O menor valor inteiro possível para a medida do terceiro lado é:

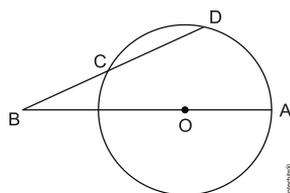
- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 12
- e) 13

5. Se $x \in \mathbb{N}$ e os números $x - 1$, $2x + 1$ e 10 são os lados de um triângulo, então o número de possibilidades de x é:

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) zero

6. (Mackenzie) Na figura, se a circunferência tem centro O e $BC = OA$, então a razão entre as medidas dos ângulos \widehat{AOD} e \widehat{COB} é

- a) $\frac{5}{2}$
- b) $\frac{3}{2}$
- c) 2
- d) $\frac{4}{3}$
- e) 3



7. (Enem) Em 20 de fevereiro de 2011 ocorreu a grande erupção do vulcão Bulusan nas Filipinas. A sua localização geográfica no globo terrestre é dada pelo GPS (sigla em inglês para Sistema de Posicionamento Global) com longitude de $124^\circ 3' 0''$ a leste do Meridiano de Greenwich.

Dado: 1° equivale a $60'$ e $1'$ equivale a $60''$.

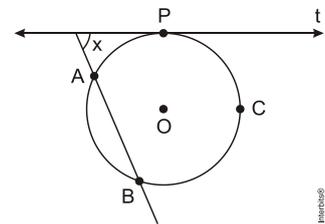
PAVARIN, G. *Galileu*, fev. 2012 (adaptado)

A representação angular da localização do vulcão com relação a sua longitude da forma decimal é

- a) $124,02^\circ$.
- b) $124,05^\circ$.
- c) $124,20^\circ$.
- d) $124,30^\circ$.
- e) $124,50^\circ$.

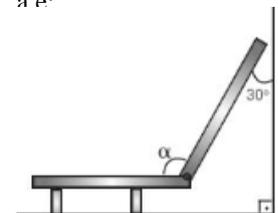
8. (G1 - ifsp) Na figura, a reta t é tangente, no ponto P, ao círculo de centro O. A medida do arco \widehat{AB} é 100° e a do arco \widehat{BCP} é 194° . O valor de x, em graus, é

- a) 53.
- b) 57.
- c) 61.
- d) 64.



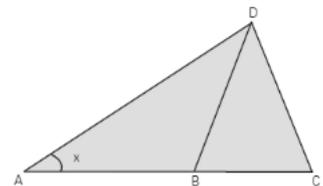
09) O encosto da última poltrona de um ônibus, quando totalmente reclinado, forma um ângulo de 30° com a parede do ônibus (veja a figura). O ângulo a na figura mostra o maior valor que o encosto pode reclinarse. O valor de a é:

- a) 50°
- b) 90°
- c) 100°
- d) 120°



10) Na figura, o triângulo BDC é equilátero e o triângulo ABD é isósceles ($AB = BD$). A medida do ângulo interno A é igual a:

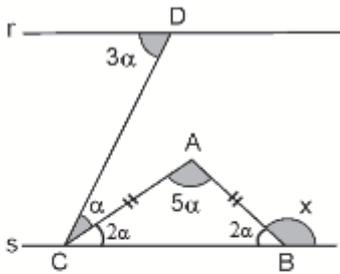
- a) 20°
- b) 30°
- c) 45°
- d) 60°



**LISTA 14 – Ângulos e triângulos
GABARITO**

Questão 01: C

Temos:

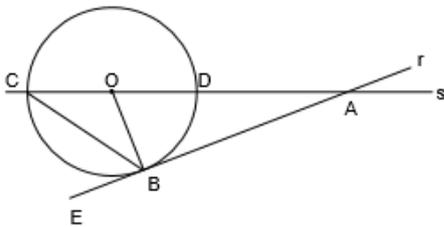


No triângulo ABC: $5\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ$
 $9\alpha = 180^\circ$
 $\alpha = 20^\circ$

De onde obtemos $x = 180^\circ - 2\alpha$
 $x = 180^\circ - 2(20^\circ)$
 $x = 140^\circ$

Questão 02: B

A figura abaixo ilustra a situação descrita no enunciado:



Podemos notar que $O\hat{B}A$ é reto e que $A\hat{O}B = 2 \cdot (A\hat{C}B)$, já que $A\hat{O}B$ é ângulo central e $A\hat{C}B$ é ângulo inscrito. Segue também que:

$$A\hat{B}C = \frac{\pi}{2} + C\hat{B}O \Rightarrow A\hat{B}C = \frac{\pi}{2} + A\hat{C}B. \text{ Já que } C\hat{B}O = A\hat{C}B$$

Podemos observar que o ângulo $C\hat{A}B$ é excêntrico exterior, logo:

$$C\hat{A}B = \frac{C\hat{B} - B\hat{D}}{2}$$

$$B\hat{D} = A\hat{O}B = 2A\hat{C}B \Leftrightarrow B\hat{D} = 2 \cdot \left(A\hat{B}C - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$C\hat{B} = 2 \cdot C\hat{B}E = 2 \cdot (\pi - A\hat{B}C)$$

Logo,

$$C\hat{A}B = \frac{C\hat{B} - B\hat{D}}{2} \Leftrightarrow C\hat{A}B = \frac{2 \cdot (\pi - A\hat{B}C) - 2 \cdot \left(A\hat{B}C - \frac{\pi}{2} \right)}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C\hat{A}B = \frac{3\pi}{2} - 2A\hat{B}C$$

Questão 03:E

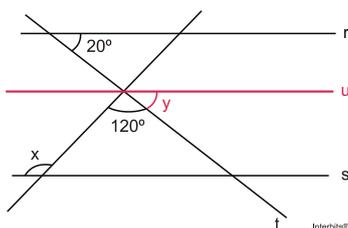
Traça-se $u \parallel r \parallel s$

$y = 20^\circ$ (correspondentes)

$x = 120^\circ + y$ (alternos internos)

$x = 120^\circ + 20^\circ$

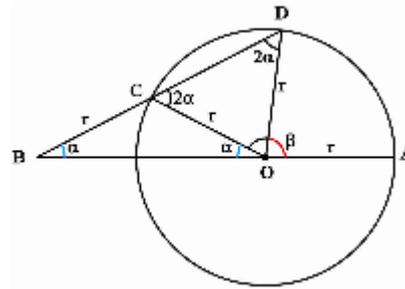
$x = 140^\circ$



Questão 04:B

Questão 05:B

Questão 06: E



A figura ao lado, foi construída utilizando as informações e a figura da questão.

BCO é um triângulo eqüilátero, então $C\hat{B}O = C\hat{O}B = \alpha$.

O ângulo $D\hat{C}O$ é externo ao triângulo BCO e não é adjacente a nenhum dos dois acima, logo a sua medida é $\alpha + \alpha = 2\alpha$.

O triângulo COD também é isósceles, logo o ângulo $O\hat{D}C$ mede 2α

O ângulo $A\hat{O}D$ é externo ao triângulo DBO , logo. $\beta = 2\alpha + \alpha = 3\alpha$

A razão entre as medidas dos ângulos $A\hat{O}D$ e $C\hat{O}B$ é: $\frac{3\alpha}{\alpha} = 3$.

Questão 07: B

Como $60'$ equivale a 1° , temos que $1'$ equivale a $\left(\frac{1}{60}\right)^\circ$. Assim:

$$124^\circ + 3' = 124^\circ + 3 \cdot \left(\frac{1}{60}\right)^\circ = 124^\circ + 0,05^\circ = 124,05^\circ.$$

Questão 08: D

Como x é excêntrico exterior, segue que:

$$x = \frac{B\hat{C}P - A\hat{P}}{2}$$

Mas

$$A\hat{P} = 360^\circ - (A\hat{B} + B\hat{C}P).$$

Portanto,

$$x = \frac{194^\circ - 360^\circ + 100^\circ + 194^\circ}{2} = \frac{128^\circ}{2} = 64^\circ.$$

Questão 09: D

Questão 10: B