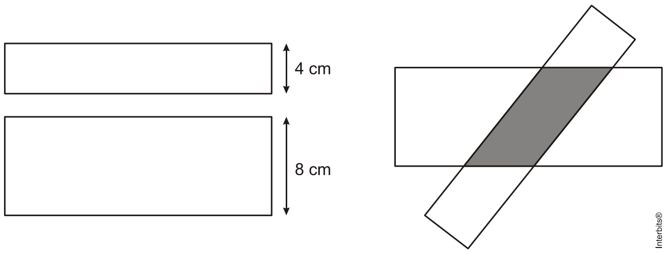
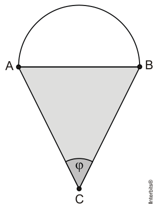
LISTA 19 – ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

1. (Upe 2013) Dois retângulos foram superpostos, e a intersecção formou um paralelogramo, como mostra a figura abaixo:

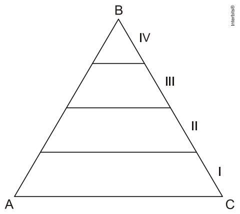


Sabendo-se que um dos lados do paralelogramo mede 4,5 cm, quanto mede a área desse paralelogramo?
a) 12 cm^2 b) 16 cm^2 c) 24 cm^2 d) 32 cm^2 e) 36 cm^2

2. (Unicamp 2013) O segmento AB é o diâmetro de um semicírculo e a base de um triângulo isósceles ABC, conforme a figura abaixo.
Denotando as áreas das regiões semicircular e triangular, respectivamente, por $S(\varphi)$ e $T(\varphi)$, podemos afirmar que a razão $S(\varphi)/T(\varphi)$, quando $\varphi = \pi/2$ radianos, é
a) $\pi/2$.
b) 2π.
c) π.
d) $\pi/4$.

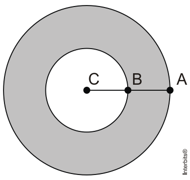


3. (G1 - cftmg 2013) Um triângulo equilátero ABC de lado 1 cm está dividido em quatro partes de bases paralelas e com a mesma altura, como representado na figura abaixo.
A parte I tem a forma de um trapézio isósceles, cuja área, em cm^2, é

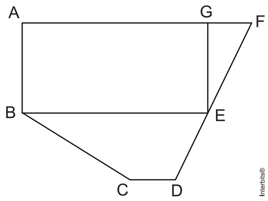


a) $\dfrac{\sqrt{3}}{16}$. b) $\dfrac{5\sqrt{3}}{32}$.
c) $\dfrac{7\sqrt{3}}{64}$. d) $\dfrac{9\sqrt{3}}{128}$.

4. (G1 - utfpr 2013) Seja α a circunferência que passa pelo ponto B com centro no ponto C e β a circunferência que passa pelo ponto A com centro no ponto C, como mostra a figura dada. A medida do segmento $\overline{AB}$ é igual à medida do segmento $\overline{BC}$ e o comprimento da circunferência α mede 12π cm. Então a área do anel delimitado pelas circunferências α e β (região escura) é, em cm^2, igual a:
a) 108π.
b) 144π.
c) 72π.
d) 36π.
e) 24π.

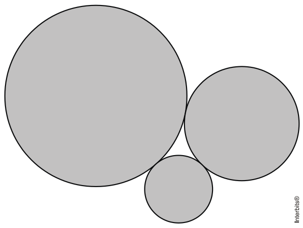


5. (Fuvest 2013) O mapa de uma região utiliza a escala de $1:200\,000$. A porção desse mapa, contendo uma Área de Preservação Permanente (APP), está representada na figura, na qual $\overline{AF}$ e $\overline{DF}$ são segmentos de reta, o ponto G está no segmento $\overline{AF}$, o ponto E está no segmento $\overline{DF}$, ABEG é um retângulo e BCDE é um trapézio. Se $AF = 15$, $AG = 12$, $AB = 6$, $CD = 3$ e $DF = 5\sqrt{5}$ indicam valores em centímetros no mapa real, então a área da APP é
a) 100 km^2
b) 108 km^2
c) 210 km^2
d) 240 km^2
e) 444 km^2



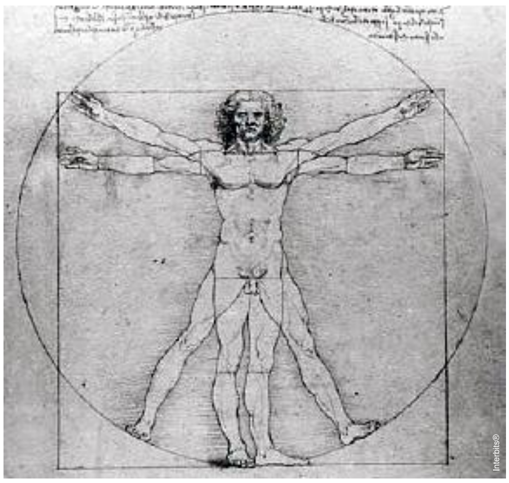
Obs: Figura ilustrativa, sem escala.

6. (Ufg 2013) Alguns agricultores relataram que, inexplicavelmente, suas plantações apareceram parcialmente queimadas e a região consumida pelo fogo tinha o padrão indicado na figura a seguir, correspondendo às regiões internas de três círculos, mutuamente tangentes, cujos centros são os vértices de um triângulo com lados medindo 30, 40 e 50 metros.
Nas condições apresentadas, a área da região queimada, em m^2, é igual a:
a) 1100π
b) 1200π
c) 1300π
d) 1400π
e) 1550π



7. (Pucrj 2013) Um *show* de *rock* foi realizado em um terreno retangular de lados 120 m e 60 m.
Sabendo que havia, em média, um banheiro por cada 100 metros quadrados, havia no *show*:
a) 20 banheiros
b) 36 banheiros
c) 60 banheiros
d) 72 banheiros
e) 120 banheiros

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:



Estudo *Homem Vitruviano*, Leonardo da Vinci, 1490.

8. (Uel 2013) Observe a simetria do corpo humano na figura acima e considere um quadrado inscrito em um círculo de raio ***R***, conforme a figura a seguir.
A área da região sombreada é dada por:

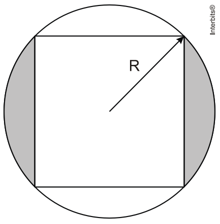
a) $A = R^2(\pi - \sqrt{2})$

b) $A = \dfrac{R^2(\pi - 2)}{2}$

c) $A = \dfrac{R^2(\pi^2 - 4)}{2}$

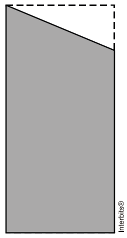
d) $A = \dfrac{R^2(\pi - \sqrt{2})}{4}$

e) $A = \dfrac{R^2(\pi^2 - \sqrt{2})}{4}$



Quadrado inscrito em um círculo

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
A figura abaixo representa uma peça de vidro recortada de um retângulo de dimensões 12 cm por 25 cm. O lado menor do triângulo extraído mede 5 cm.



9. (Insper 2013) A área da peça é igual a
a) 240 cm^2.
b) 250 cm^2.
c) 260 cm^2.
d) 270 cm^2.
e) 280 cm^2.

10. (Ufu 2012) Na Figura 1, o triângulo retângulo ABC possui ângulo reto em B, $AF = 1\,cm$, $AC = 10\,cm$ e BDEF é um quadrado. Suponha que o quadrado BDEF seja transladado ao longo de AC, sem alterar a medida dos lados e ângulos ao longo dessa translação, gerando, dessa forma, um novo quadrado XYZW, em que coincidem os pontos C e Z conforme ilustra a Figura 2.

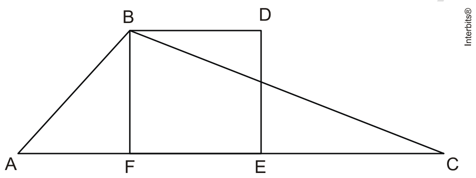


Figura 1

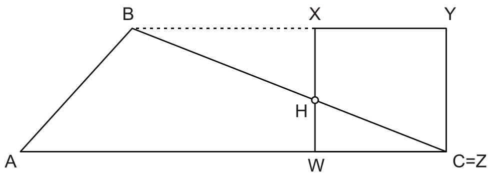
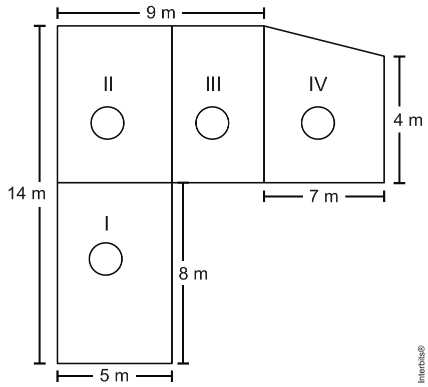


Figura 2

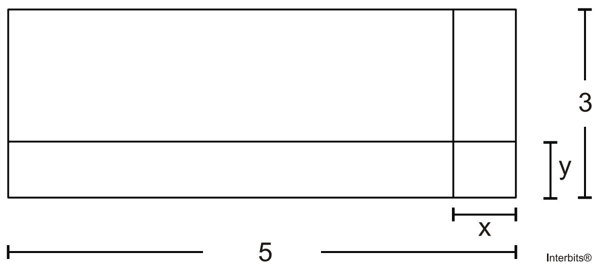
Nessas condições, qual é o valor (em cm^2) da área do triângulo HZW?
a) 5/2
b) 13/4
c) 3/2
d) 15/2

11. (Enem 2012) Jorge quer instalar aquecedores no seu salão de beleza para melhorar o conforto dos seus clientes no inverno. Ele estuda a compra de unidades de dois tipos de aquecedores: modelo A, que consome 600 g/h (gramas por hora) de gás propano e cobre 35 m^2 de área, ou modelo B, que consome 750 g/h de gás propano e cobre 45 m^2 de área. O fabricante indica que o aquecedor deve ser instalado em um ambiente com área menor do que a da sua cobertura. Jorge vai instalar uma unidade por ambiente e quer gastar o mínimo possível com gás. A área do salão que deve ser climatizada encontra-se na planta seguinte (ambientes representados por três retângulos é um trapézio).



Avaliando-se todas as informações, serão necessários
a) quatro unidades do tipo A e nenhuma unidade do tipo B.
b) três unidades do tipo A e uma unidade do tipo B.
c) duas unidades do tipo A e duas unidades do tipo B.
d) uma unidade do tipo A e três unidades do tipo B.
e) nenhuma unidade do tipo A e quatro unidades do tipo B.

12. (Enem 2012) Um forro retangular de tecido traz em sua etiqueta a informação de que encolherá após a primeira lavagem, mantendo, entretanto, seu formato. A figura a seguir mostra as medidas originais do forro e o tamanho do encolhimento (x) no comprimento e (y) na largura. A expressão algébrica que representa a área do forro após ser lavado é (5 – x) (3 – y).

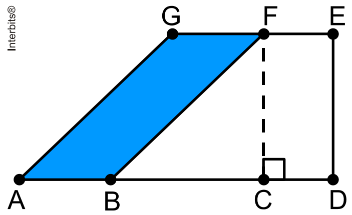


Nessas condições, a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por:
a) 2xy
b) 15 – 3x
c) 15 – 5y
d) –5y – 3x
e) 5y + 3x – xy

LISTA 19: ÁREAS DE FIGURAS PLANAS
Gabarito:

Resposta da questão 1:
[E]

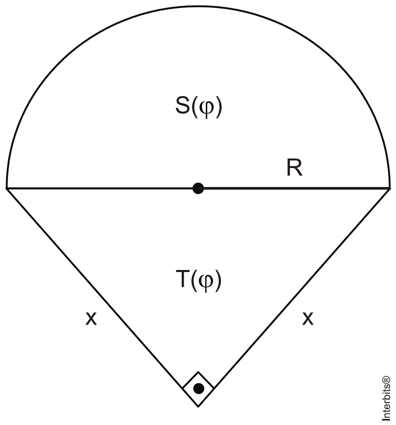
Considere a figura, com $\overline{CF} = \overline{DE} = 8\,cm.$



Como BF é hipotenusa do triângulo retângulo $BCF,$ segue que $\overline{BF} > \overline{CF} = 8\,cm.$ Logo, $\overline{AB} = 4{,}5\,cm$ e a área pedida é dada por

$$\overline{AB} \cdot \overline{CF} = 4{,}5 \cdot 8 = 36\,cm^2.$$

Resposta da questão 2:
[A]

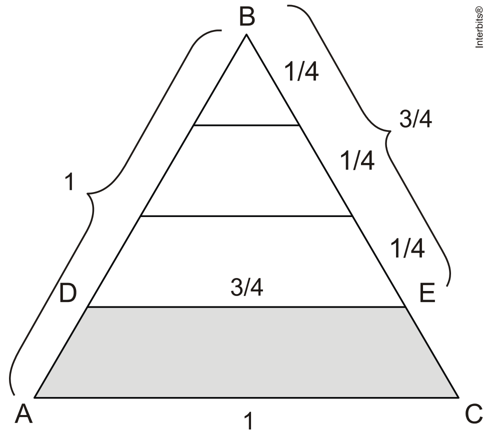


Sejam $\varphi = \pi/2 = 90°,$ R o raio do semicírculo e x o lado do triângulo isósceles.

$$x^2 + x^2 = (2R)^2 \Rightarrow x^2 = 2.R^2$$

$$\frac{S(\varphi)}{T(\varphi)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2}{\frac{1}{2} \cdot x \cdot x} = \frac{\pi \cdot R^2}{x^2} = \frac{\pi \cdot R^2}{2R^2} = \frac{\pi}{2}$$

Resposta da questão 3:
[C]



A(ABCD) = A(BAC) – A(BDE)

$$A(ABCD) = \frac{1^2\sqrt{3}}{4} - \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{9\sqrt{3}}{64} = \frac{7\sqrt{3}}{64}$$

Resposta da questão 4:
[A]

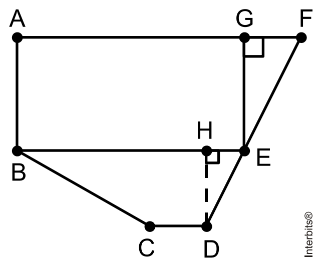
$CB = AB = x$
$2\pi x = 12\pi$
$x = 6$

Logo a área será

$$A = \pi.(12^2 - 6^2) = 108\pi$$

Resposta da questão 5:
[E]

Considere a figura, em que H é o pé da perpendicular baixada de D sobre BE.



Sabendo que $\overline{AF} = 15\,cm,$ $\overline{AG} = 12\,cm$ e $\overline{AB} = \overline{EG} = 6\,cm,$ pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\overline{EF}^2 = \overline{GF}^2 + \overline{EG}^2 \Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 3^2 + 6^2$$
$$\Leftrightarrow \overline{EF}^2 = 3^2 \cdot 5$$
$$\Rightarrow \overline{EF} = 3\sqrt{5}\,cm.$$

Logo, dado que $\overline{DF} = 5\sqrt{5}\,cm,$ obtemos $\overline{ED} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}\,cm.$

Assim, como os triângulos FGE e EHD são semelhantes, encontramos

$$\frac{\overline{DH}}{\overline{EG}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{EF}} \Leftrightarrow \frac{\overline{DH}}{6} = \frac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$$
$$\Leftrightarrow \overline{DH} = 4\,\text{cm}.$$

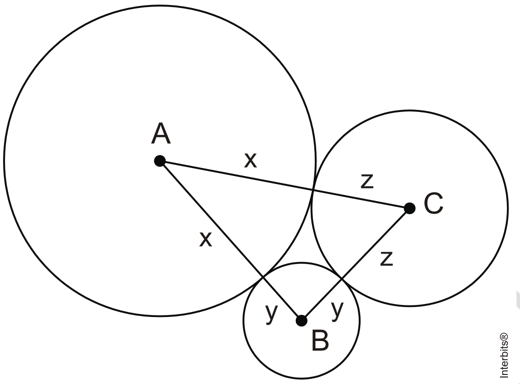
Desse modo, a área pedida, em $\text{cm}^2,$ é dada por

$$\begin{aligned}(ABEF)+(BCDE) &= \frac{(15+12)}{2}\cdot 6 + \frac{(12+3)}{2}\cdot 4 \\ &= 81+30 \\ &= 111.\end{aligned}$$

Por conseguinte, se x é a área real da APP, então

$$\frac{111\cdot 10^{-10}}{x} = \left(\frac{1}{200000}\right)^2 \Leftrightarrow x = 111\cdot 10^{-10}\cdot 4\cdot 10^{10}$$
$$\Leftrightarrow x = 444\,\text{km}^2.$$

Resposta da questão 6:
[D]



Na figura A, B e C são centros das circunferências de raios x, y e z respectivamente.

De acordo com as informações do enunciado, temos:

$$\begin{cases} x+z=50 \text{ (I)} \\ x+y=40 \text{ (II)} \\ y+z=30 \text{ (III)} \end{cases}$$

Fazendo (I) – (II) – (III), temos $-2y=-20$, logo:
$y=10, x=30$ e $z=20$

Portanto, a área pedida será dada por:

$$A = \pi.x^2 + \pi.y^2 + \pi.z^2$$

$$A = \pi.(30^2 + 10^2 + 20^2)$$

$$A = 1400\pi$$

Resposta da questão 7:
[D]

Como a área do terreno mede $120\cdot 60 = 7200\,\text{m}^2,$ segue que havia no *show* $\frac{7200}{100} = 72$ banheiros.

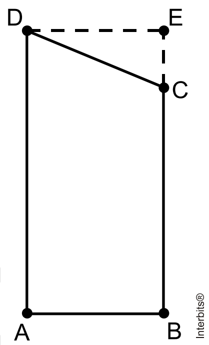
Resposta da questão 8:
[B]

Sabendo que o lado do quadrado é igual $R\sqrt{2},$ segue que a área da região sombreada é dada por

$$\frac{1}{2}[\pi R^2 - (R\sqrt{2})^2] = \frac{R^2(\pi-2)}{2}.$$

Resposta da questão 9:
[D]

Considere a figura.



Sabendo que $\overline{BE} = 25\,\text{cm}, \overline{DE} = 12\,\text{cm}$ e $\overline{CE} = 5\,\text{cm},$ obtemos

$$\begin{aligned}(ABCD) &= (ABED)-(CDE) \\ &= \overline{BE}\cdot\overline{DE} - \frac{\overline{CE}\cdot\overline{DE}}{2} \\ &= 25\cdot 12 - \frac{5\cdot 12}{2} \\ &= 270\,\text{cm}^2.\end{aligned}$$

Resposta da questão 10:
[C]

Das relações métricas no triângulo retângulo, vem

$$\overline{AB}^2 = \overline{AF}\cdot\overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 1\cdot 10$$
$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{10}\,\text{cm},$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{CF}\cdot\overline{AC} \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 9\cdot 10$$
$$\Rightarrow \overline{BC} = 3\sqrt{10}\,\text{cm}$$

e

$$\overline{BF}^2 = \overline{AF}\cdot\overline{CF} \Leftrightarrow \overline{BF}^2 = 1\cdot 9$$
$$\Rightarrow \overline{BC} = 3\,\text{cm}.$$

Como os triângulos HZW e ABC são semelhantes, temos que

$$\frac{\overline{HW}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{WZ}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{HW}}{\sqrt{10}} = \frac{3}{3\sqrt{10}}$$
$$\Leftrightarrow \overline{HW} = 1\text{cm}.$$

Portanto, a área pedida é dada por

$$\frac{\overline{HW} \cdot \overline{WZ}}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2} = \frac{3}{2}\text{cm}^2.$$

Resposta da questão 11:
[C]

Calculando as áreas dos ambientes, obtemos

$S_I = 8 \cdot 5 = 40\text{ m}^2,$

$S_{II} = (14-8) \cdot 5 = 30\text{ m}^2,$

$S_{III} = (14-8) \cdot (9-5) = 24\text{ m}^2$
e
$S_{IV} = \frac{(14-8)+4}{2} \cdot 7 = 35\text{ m}^2.$

Desse modo, como Jorge quer gastar o mínimo com gás, ele deverá instalar duas unidades do tipo A (ambientes II e III) e duas unidades do tipo B (ambientes I e IV).

Resposta da questão 12:
[E]

Como o retângulo de dimensões $x \times y$ está contido nos retângulos de dimensões $5 \times y$ e $3 \times x$, segue que a área perdida do forro, após a primeira lavagem, será expressa por $3x + 5y - xy$.