Refferencial Vestibulares

NOME:			
CURSO:	MATEMÁTICA	DATA:	/ /2013

ÓVAL PROF. VALDIVINO

LISTA 22 – LOGARITMOS II

1. (Epcar (Afa) 2013) No plano cartesiano, seja P(a,b) o ponto de interseção entre as curvas dadas pelas funções reais **f** e **g** definidas por $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ e $g(x)=\log_{\frac{1}{2}} x.$

É correto afirmar que

a) $a=\log_2\left(\dfrac{1}{\log_2\left(\frac{1}{a}\right)}\right)$ b) $a=\log_2(\log_2 a)$

c) $a=\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{a}\right)\right)$ d) $a=\log_2\left(\log_{\frac{1}{2}} a\right)$

2. (Ufu 2012) Juliana participa de um leilão de obras de arte adquirindo uma obra por D reais, em que é acordado que ela irá pagar em prestações mensais sem acréscimo de juros. Enquanto o saldo devedor for superior a 25% do valor D, ela pagará uma prestação no valor de 20% do saldo devedor, no mês que o saldo for inferior a 25% do valor D, ela pagará o restante de sua dívida. Nessas condições, em quantos pagamentos Juliana quitará sua dívida?

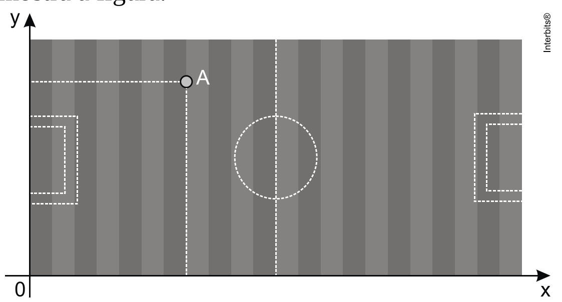
Sugestão: Utilize $\log_{10}(2)=0{,}301$

a) 6 b) 9 c) 7 d) 8

3. (Fgvrj 2012) O número *N* de habitantes de uma cidade cresce exponencialmente com o tempo, de modo que, daqui a *t* anos, esse número será $N=20000(1+k)^t$, onde *k* é um número real. Se daqui a 10 anos a população for de 24 000 habitantes, daqui a 20 anos ela será de:

a) 28 000 habitantes b) 28 200 habitantes
c) 28 400 habitantes d) 28 600 habitantes
e) 28 800 habitantes

4. (Ufsm 2012) Suponha que um campo de futebol seja colocado em um sistema cartesiano ortogonal, conforme mostra a figura.



Para que o ponto $A\,(\log_{10}(x+1)+1, \log_{10}(x^2+35))$ tenha abscissa e ordenada iguais, é necessário e suficiente que

a) x > -1. b) x = 5. c) x < -1. d) x = -5. e) x > 5.

5. (Espm 2012) O domínio da função real $f(x) = \log_x(x^2 - 4x + 3)$ é dado por:

a) $]-\infty,1[\cup]3,+\infty[$ b) $]-\infty,0[\cup]3,+\infty[$
c) $]-\infty,-1[\cup]3,+\infty[$ d) $]0,1[\cup]3,+\infty[$
e) $]1,3[$

6. (Espcex (Aman) 2012) Considerando $\log 2=0{,}30$ e $\log 3=0{,}48,$ o número real x, solução da equação $5^{x-1}=150,$ pertence ao intervalo:

a) $]-\infty, 0]$ b) $[4, 5[$ c) $]1, 3[$
d) $[0, 2[$ e) $[5, +\infty[$

7. (Mackenzie 2012) Na igualdade $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{2}-3\right)},$ supondo x o maior valor inteiro possível, então, nesse caso, x^{2y} vale

a) $\frac{1}{8}$ b) 4 c) $\frac{1}{4}$ d) 8 e) 1

8. (Enem 2011) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_W), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W=-10{,}7+\frac{2}{3}\log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina.cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_W=7{,}3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY, Historic Earthquakes. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).
U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: http://earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina.cm)?

a) $10^{-5,10}$ b) $10^{-0,73}$ c) $10^{12,00}$
d) $10^{21,65}$ e) $10^{27,00}$

9. (Ifsul 2011) Tendo-se a e b como números reais positivos, e sendo $b\neq 1$, se $\log_2 a+\dfrac{1}{\log_b 2}=6$, então a·b é igual a

a) 12 b) 16 c) 32 d) 64

10. (G1 - cftmg 2011) O conjunto solução da equação $\log_2(x^2-7x+10)-\log_2(x-5)=\log_2 10$ é

a) $\{5,12\}$ b) $\{12\}$ c) $\{5\}$ d) $\varnothing$

Gabarito:

Resposta da questão 1: [A]

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \log_{\frac{1}{2}} x \Rightarrow 2^{-x} = -\log_2 x \Rightarrow -x = \log_2\left(\log_2 x^{-1}\right) \Rightarrow x = -\log_2\left(\log_2 \frac{1}{x}\right) \Rightarrow$$

$$x = \log_2\left(\log_2 \frac{1}{x}\right)^{-1} \Rightarrow x = \log_2 \frac{1}{\log_2\left(\frac{1}{x}\right)}$$

Portanto: $a = \log_2 \dfrac{1}{\log_2\left(\frac{1}{a}\right)}$.

Resposta da questão 2: [D]

O saldo devedor após o pagamento de n parcelas é dado por $(0,8)^{n-1} \cdot D$. Assim, o saldo devedor será inferior a 25% de D para n tal que

$$(0,8)^{n-1} \cdot D < 0,25 \cdot D \Leftrightarrow \left(\frac{2^3}{10}\right)^{n-1} < 2^{-2}$$
$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{2^3}{10}\right)^{n-1} < \log 2^{-2}$$
$$\Leftrightarrow (n-1)(3 \cdot \log 2 - \log 10) < -2 \cdot \log 2$$
$$\Rightarrow n-1 > \frac{0,602}{0,097}$$
$$\Rightarrow n > 6,2 + 1$$
$$\Leftrightarrow n > 7,2.$$

Portanto, Julia quitará sua dívida em 8 pagamentos.

Resposta da questão 3: [E]

$N(10) = 20.000(1 + K)^{10} = 24\ 000 \Rightarrow (1 + K)^{10} = 1,2$

$N(20) = 20000.(1+K)^{20} = 20\ 000\left((1+k)^{10}\right)^2 = 20\ 000.1,2^2$

$= 28\ 800$

Resposta da questão 4: [B]

De acordo com o problema:

Condições de existência: $x + 1 > 0$ e $x^2 + 35 > 0$

$$\log_{10}(x+1) + 1 = \log_{10}(x^2 + 35)$$

$$\log_{10}(x+1) + \log_{10} 10 = \log_{10}(x^2 + 35)$$

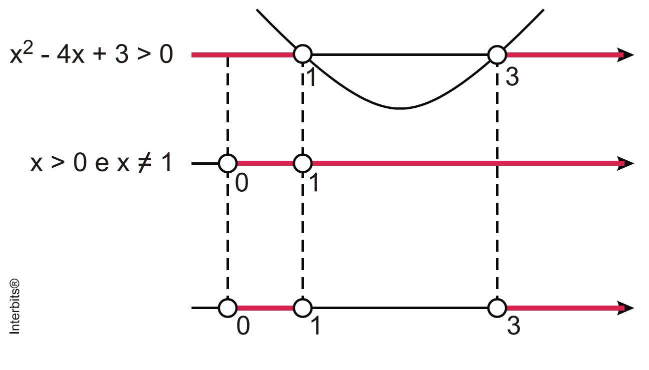
$$\log_{10}(10x+10) = \log_{10}(x^2 + 35)$$

$$10x + 10 = x^2 + 35$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$x = 5$ (verifica as condições de existência).

Resposta da questão 5: [D]



$]0,1[\cup]3,+\infty[$

Resposta da questão 6: [B]

Temos que

$$5^{x-1} = 150 \Leftrightarrow 5^{x-1} = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$
$$\Leftrightarrow 5^{x-3} = 2 \cdot 3$$
$$\Leftrightarrow \log\left(\frac{10}{2}\right)^{x-3} = \log(2 \cdot 3)$$
$$\Leftrightarrow (x-3) \cdot (\log 10 - \log 2) = \log 2 + \log 3$$
$$\Rightarrow (x-3) \cdot (1 - 0,3) = 0,3 + 0,48$$
$$\Leftrightarrow x - 3 = \frac{0,78}{0,7}$$
$$\Rightarrow x \cong 3 + 1,1$$
$$\Rightarrow x \cong 4,1.$$

Portanto, $x \in [4, 5[$.

Resposta da questão 7: [E]

condição de existência.

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{2} - 3\right) \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x}{2} - 3\right) \geq \log_{\frac{1}{2}} 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{2} - 3\right) \leq 1 \Rightarrow x \leq 8 \\ \frac{x}{2} - 3 > 0 \Rightarrow x > 6 \end{cases}$$

Logo, $0 < x \leq 8$.

Fazendo x = 8 (maior inteiro possível), temos:

$$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{8}{2} - 3\right)} = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} 1} = \sqrt{0} = 0.$$

Então $x^{2.y} = 8^{2.0} = 8^0 = 1$.

Resposta da questão 8: [E]

Fazendo M + w + = 7,3, temos:

$$7,3 = -10,7 + \frac{2}{3} \cdot \log_{10} M_o$$

$$18 = \frac{2}{3} \cdot \log_{10} M_o$$

$$27 = \log_{10} M_o$$

$$M_o = 10^{27}$$

Resposta da questão 9: [D]

Temos que

$$\log_2 a + \frac{1}{\log_b 2} = 6 \Leftrightarrow \log_2 a + \log_2 b = 6$$
$$\Leftrightarrow \log_2 a \cdot b = 6$$
$$\Leftrightarrow a \cdot b = 2^6$$
$$\Leftrightarrow a \cdot b = 64.$$

Resposta da questão 10: [B]

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 10 > 0 \\ x - 5 > 0 \end{cases} \text{(condição de existência)}$$

$$\log_2 \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 5} = \log_2 10$$

$$\frac{x^2 - 7x + 10}{x - 5} = 10$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0$$

$x = 12$ ou $x = 5$ (não convém)

S = {12}

valdivinomat@yahoo.com.br – Rua 13 de junho, 1882 - 3043-0109