

**LISTA 24 – P.A & P.G**

1. (Cefet MG 2013) Durante o mesmo período, dois irmãos depositaram, uma vez por semana, em seus respectivos cofrinhos, uma determinada quantia, da seguinte forma: o mais novo depositou, na primeira semana, R\$ 1,00, na segunda, R\$ 2,00, na terceira, R\$ 3,00 e assim, sucessivamente, enquanto que o mais velho colocou R\$ 10,00 semanalmente até que ambos atingissem a mesma quantidade de dinheiro. Não havendo retirada em nenhum dos cofrinhos, a quantia que cada irmão obteve ao final desse período, em R\$, foi de

a) 19. b) 21. c) 190. d) 210. e) 290.

2. (Pucrj 2013) Se a soma dos quatro primeiros termos de uma progressão aritmética é 42, e a razão é 5, então o primeiro termo é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

3. (Unesp 2013) A soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão aritmética é dada por  $3n^2 - 2n$ , onde  $n$  é um número natural. Para essa progressão, o primeiro termo e a razão são, respectivamente,

a) 7 e 1. b) 1 e 6. c) 6 e 1. d) 1 e 7. e) 6 e 7.

4. (Uepg 2013) Um total de  $n$  bolas está distribuído em 20 caixas, de modo que a primeira caixa contém 3 bolas, a segunda caixa contém 6 bolas, a terceira caixa contém 9 bolas e assim sucessivamente, formando uma P.A. Sobre o número  $n$  de bolas, assinale o que for correto.

01)  $n$  é um múltiplo de 6.

02)  $n > 600$ .

04)  $n$  é um múltiplo de 4.

08)  $n < 650$ .

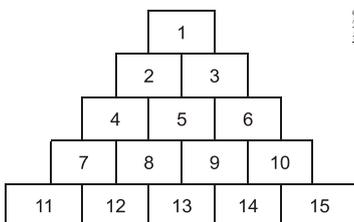
5. (Ufmg 2013) Dentro dos bloquinhos que formam uma pirâmide foram escritos os números naturais, conforme ilustrado na figura abaixo, de forma que:

— na primeira linha da pirâmide aparece um número: 1;

— na segunda linha da pirâmide aparecem dois números: 2 e 3;

— na terceira linha da pirâmide aparecem três números: 4, 5 e 6;

— na quarta linha da pirâmide aparecem quatro números: 7, 8, 9 e 10, e assim sucessivamente.



Considerando essas informações,

a) DETERMINE quantos bloquinhos são necessários para construir as 10 primeiras linhas da pirâmide.

b) DETERMINE o último número escrito na trigésima linha da pirâmide.

c) DETERMINE a soma de todos os números escritos na trigésima linha da pirâmide.

6. (Ufsm 2013) A tabela mostra o número de pessoas que procuraram serviços de saúde, segundo o local, numa determinada cidade.

Local \ Ano	2001	2002	2003	2004	2005
Postos e Centros de Saúde	2.000	4.000	8.000	16.000	32.000
Clínicas Privadas	4.200	5.400	6.600	7.800	9.000
Clínicas Odontológicas	857	854	851	848	845

Supõe-se que esse comportamento é mantido nos próximos anos. Partindo dos dados, fazem-se as seguintes afirmações:

I. O número de pessoas que procuraram Postos e Centros de Saúde cresceu em progressão geométrica de razão 2.000.

II. O total de pessoas que procuraram atendimento em Clínicas Privadas de 2001 até 2011 é igual a 112.200.

III. Em 2011, o número de atendimentos em Clínicas Odontológicas é igual a 827.

Está(ão) correta(s)

a) apenas I.

b) apenas II.

c) apenas I e III.

d) apenas II e III. e) I, II e III.

7. (Ufsm 2013) No Brasil, falar em reciclagem implica citar os catadores de materiais e suas cooperativas. Visando a agilizar o trabalho de separação dos materiais, uma cooperativa decide investir na compra de equipamentos. Para obter o capital necessário para a compra, são depositados, no primeiro dia de cada mês, R\$600,00 em uma aplicação financeira que rende juros compostos de 0,6% ao mês. A expressão que representa o saldo, nessa aplicação, ao final de  $n$  meses, é

a)  $100.600[(1,006)^n - 1]$ . b)  $100.000[(1,06)^n - 1]$ .

c)  $10.060[(1,006)^n - 1]$ . d)  $100.600[(1,06)^n - 1]$ .

e)  $100.000[(1,006)^n - 1]$ .

8. (Epcar (Afa) 2013) A sequência  $\left(x, 6, y, y + \frac{8}{3}\right)$  é tal,

que os três primeiros termos formam uma progressão aritmética, e os três últimos formam uma progressão geométrica.

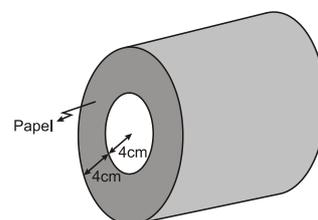
Sendo essa sequência crescente, a soma de seus termos é

a)  $\frac{92}{3}$  b)  $\frac{89}{3}$  c)  $\frac{86}{3}$  d)  $\frac{83}{3}$

9. (Pucrj 2013) A sequência  $(2, x, y, 8)$  representa uma progressão geométrica. O produto  $xy$  vale:

a) 8 b) 10 c) 12 d) 14 e) 16

10. (Fgv 2012) Uma bobina cilíndrica de papel possui raio interno igual a 4 cm e raio externo igual a 8 cm. A espessura do papel é 0,2 mm.



Adotando nos cálculos  $\pi = 3$ , o papel da bobina, quando completamente desenrolado, corresponde a um retângulo cuja maior dimensão, em metros, é aproximadamente igual a

- a) 20. b) 30. c) 50. d) 70. e) 90.

11. (Espcex (Aman) 2012) Se  $x$  é um número real positivo, então a sequência  $(\log_3 x, \log_3 3x, \log_3 9x)$  é

- a) Uma Progressão Aritmética de razão 1  
 b) Uma Progressão Aritmética de razão 3  
 c) Uma Progressão Geométrica de razão 3  
 d) Uma Progressão Aritmética de razão  $\log_3 x$   
 e) Uma Progressão Geométrica de razão  $\log_3 x$

12. (Uem 2012) João e Pedro decidiram treinar para competir na Corrida de São Silvestre, mas cada um está fazendo um treinamento diferente: João está correndo 40 minutos por dia e consegue percorrer uma distância de 6 km em cada dia; já Pedro está correndo 30 minutos por dia, do seguinte modo: no primeiro dia, ele percorreu uma distância de 3 km, no segundo dia percorreu 3,5 km, no terceiro dia percorreu 4 km, assim sucessivamente até o décimo quinto dia, e reinicia o processo percorrendo, novamente 3 km. Com essas informações, assinale o que for correto.

- 01) A sequência numérica formada pelas velocidades médias de Pedro, nos quinze primeiros dias de treinamento, forma uma progressão geométrica.  
 02) No quarto dia, a velocidade média que Pedro correu foi igual à velocidade média que João correu.  
 04) No décimo dia, Pedro percorreu a distância de 7,5 km.  
 08) A distância total percorrida por Pedro, desde o primeiro até o décimo terceiro dia, foi a mesma percorrida por João no mesmo período.  
 16) A diferença entre as distâncias totais percorridas por Pedro e João, nos quinze primeiros dias de treinamento, é maior que 10 km.

13. (Acafe 2012) Em janeiro de 2010, certa indústria deu férias coletivas a seus funcionários, e a partir de fevereiro começou sua produção. Considere que a cada mês essa produção cresceu em progressão aritmética, que a diferença de produção dos meses de abril e outubro de 2010 foi de 420 itens, e que em outubro a produção foi de 1.120 itens. Desta forma, pode-se concluir que o número de itens produzidos em agosto de 2010 foi:

- a) 1.040 b) 910 c) 820 d) 980

14. (Upe 2012) O quadrado mágico abaixo foi construído de maneira que os números em cada linha formam uma progressão aritmética de razão  $x$ , e, em cada coluna, uma progressão aritmética de razão  $y$ , como indicado pelas setas. Sendo  $x$  e  $y$  positivos, qual o valor de  $N$ ?

- a) 14  
 b) 19  
 c) 20  
 d) 23  
 e) 25

		5		
				15
10				
			N	

15. (Upe 2012) Em uma tabela com quatro colunas e um número ilimitado de linhas, estão arrumados os múltiplos de 3. Qual é o número que se encontra na linha 32 e na coluna 2?

	Coluna 0	Coluna 1	Coluna 2	Coluna 3
Linha 0	0	3	6	9
Linha 1	12	15	18	21
Linha 2	24	27	30	33
Linha 3	36	...	...	...
...	...	...	...	...
Linha n	...	...	...	...
...	...	...	...	...

- a) 192 b) 390 c) 393 d) 402 e) 405

16. (Udesc 2012) Quando o quinto termo da progressão  $(972, -324, 108, \dots)$  for colocado, simultaneamente, ao lado esquerdo do vigésimo segundo termo da sequência  $(-51, -44, -37, \dots)$  e ao lado direito do segundo termo (denotado por  $x$ ) da progressão  $(\frac{1}{4}, x, 9, 54, \dots)$ , terá sido formada uma nova progressão:

- a) aritmética, de razão  $-\frac{1}{8}$   
 b) geométrica, de razão  $\frac{1}{8}$   
 c) aritmética, de razão  $-8$   
 d) geométrica, de razão  $-8$   
 e) geométrica, de razão 8

17. (Ulbra 2012) Carlos aplicou R\$ 500,00 num banco a uma taxa de juros compostos de 20% ao ano. Sabendo que a fórmula de cálculo do montante é  $M = C(1+i)^n$ , onde  $M$  é o montante,  $i$  a taxa de juros,  $C$  o valor da aplicação e  $n$  o período da aplicação, qual o tempo necessário aproximado para que o montante da aplicação seja R\$ 8.000,00?

**Dados:**  $\log 2 = 0,301$  e  $\log 12 = 1,079$

- a) 20 meses e 14 dias.  
 b) 12 anos, 6 meses e 10 dias.  
 c) 15 anos, 2 meses e 27 dias.  
 d) 15 anos e 10 dias.  
 e) 12 anos.

18. (Uerj 2012) Um soldado fez  $n$  séries de flexões de braço, cada uma delas com 20 repetições. No entanto, como consequência das alterações da contração muscular devidas ao acúmulo de ácido lático, o tempo de duração de cada série, a partir da segunda, foi sempre 28% maior do que o tempo gasto para fazer a série imediatamente anterior. A primeira série foi realizada em 25 segundos e a última em 1 minuto e 40 segundos.

Considerando  $\log 2 = 0,3$ , a soma do número de repetições realizadas nas  $n$  séries é igual a:

- a) 100  
 b) 120  
 c) 140  
 d) 160

## Gabarito:

### Resposta da questão 1:

[C]

Considerando  $n$  a quantidade de depósitos, temos:

$$\text{Primeiro irmão: } (1 + 2 + 3 + 4 + \dots) = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{Segundo irmão: } (10 + 10 + 10 + \dots) = 10n$$

Igualando as duas expressões, temos:

$$\frac{n(n+1)}{2} = 10n \Rightarrow n^2 - 19n = 0 \Rightarrow n = (\text{não convém}) \text{ ou } n = 19$$

Portanto, no final do período cada irmão, obteve  $10 \cdot 19 = \text{R}\$190,00$ .

### Resposta da questão 2:

[C]

Seja  $(a, a+5, a+10, a+15, \dots)$  a progressão aritmética cujo primeiro termo  $(a)$  queremos calcular. Como

$$S_4 = 42, \text{ segue que}$$

$$4a + 30 = 42 \Leftrightarrow a = 3.$$

### Resposta da questão 3:

[B]

P.A.  $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$

$$a_1 = S_1 = 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 = 1$$

$$a_1 + a_2 = S_2 = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 = 8 \Rightarrow 1 + a_2 = 8 \Rightarrow a_2 = 7$$

Razão  $r = 7 - 1 = 6$ , portanto  $a_1 = 1$  e razão  $r = 6$ .

### Resposta da questão 4:

$$01 + 02 + 08 = 11.$$

Determinando o total de bolas na última caixa:

$$a_n = 3 + 19 \cdot 3 = 60 \text{ (termo geral da P.A.)}$$

Determinando agora o total  $n$  de bolas:

$$n = \frac{(3 + 60) \cdot 20}{2} = 630$$

Portanto, estão corretas as afirmações [01], [02] e [08].

### Resposta da questão 5:

a) O número de bloquinhos para construir as 10 primeiras linhas é igual à soma dos números naturais de 1 até 10.

$$S_{10} = \frac{(1+10) \cdot 10}{2} = 55.$$

b) O último número escrito na trigésima linha da pirâmide é igual a soma dos 30 primeiros números naturais

$$S_{30} = \frac{(1+30) \cdot 30}{2} = 465$$

c) O último número escrito na trigésima linha é 465 e o primeiro é  $465 - 29 = 436$ .

Calculando agora a soma dos 30 termos da P.A. (436, 437, 438, ..., 464, 465)

$$\frac{(436 + 465) \cdot 30}{2} = 13515.$$

### Resposta da questão 6:

[D]

[I]. **Falsa.** O número de pessoas que procuraram Postos e Centros de Saúde cresceu em progressão geométrica de razão 2.

[II]. **Verdadeira.** Observando que o número de pessoas que procuraram clínicas privadas cresce, anualmente, segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 4200 e razão 1200, concluímos que o total de pessoas que procuraram atendimento nessas clínicas, de 2001 a 2011, é igual a

$$\frac{4200 + 4200 + 10 \cdot 1200}{2} \cdot 11 = 112.200.$$

[III]. **Verdadeira.** O número de atendimentos em clínicas odontológicas decresce segundo uma progressão aritmética de razão  $-3$  e primeiro termo igual a 857. Desse modo, o número de atendimentos nessas clínicas em 2011 foi de  $857 + 10 \cdot (-3) = 827$ .

### Resposta da questão 7:

[A]

A expressão que fornece o saldo ao final de  $n$  meses é

$$\begin{aligned} 600 \cdot 1,006 + 600 \cdot 1,006^2 + \dots + 600 \cdot 1,006^n &= 600 \cdot 1,006 \cdot \frac{1,006^n - 1}{1,006 - 1} \\ &= 603,6 \cdot \frac{1,006^n - 1}{0,006} \\ &= 100.600[(1,006)^n - 1] \end{aligned}$$

### Resposta da questão 8:

[C]

$$\text{P.A. } (x, 6, y) \Rightarrow x + y = 6 \cdot 2 \Rightarrow x = 12 - y$$

$$\text{P.G. } (6, y, y + 8/3) \Rightarrow y^2 - 6y - 16 = 0 \Rightarrow y = 8 \text{ ou } y = -2$$

$$y = 8 \Rightarrow x = 4$$

$y = -2 \Rightarrow x = 14$  (não convém, pois a sequência é crescente).

Portanto, a soma dos elementos da sequência será:

$$4 + 6 + 8 + 8 + 8/3 = 86/3.$$

**Resposta da questão 9:**

[E]

Sabendo que o produto de termos equidistantes dos extremos é igual a uma constante, temos que  $x \cdot y = 2 \cdot 8 = 16$ .

**Resposta da questão 10:**

[D]

Sabendo que a espessura do papel é 0,2 mm, temos que

todo o papel enrolado corresponde a  $\frac{40 \text{ mm}}{0,2 \text{ mm}} = 200$

circunferências concêntricas, de tal modo que os raios dessas circunferências crescem, de dentro para fora, segundo uma progressão aritmética de razão 0,2 mm.

Portanto, a maior dimensão do retângulo é dada pela soma dos comprimentos das circunferências, ou seja,

$$\begin{aligned} 2 \cdot \pi \cdot (40,2 + 40,4 + \dots + 80) &\cong 2 \cdot 3 \cdot \frac{40,2 + 80}{2} \cdot 200 \\ &= 6 \cdot 12020 \\ &= 72120 \text{ mm} \\ &\cong 70 \text{ m.} \end{aligned}$$

**Resposta da questão 11:**

[A]

Como

$$\begin{aligned} \log_3 x + \log_3 9x &= \log_3 x + \log_3 3^2 + \log_3 x \\ &= 2 \cdot \log_3 x + 2 \cdot \log_3 3 \\ &= 2 \cdot (\log_3 x + \log_3 3) \\ &= 2 \cdot \log_3 3x, \end{aligned}$$

segue que a sequência  $(\log_3 x, \log_3 3x, \log_3 9x)$  é uma progressão aritmética de razão

$$\log_3 3x - \log_3 x = \log_3 \frac{3x}{x} = \log_3 3 = 1.$$

**Resposta da questão 12:**

$$02 + 04 + 08 = 14.$$

(01) Falso.

$$V_{\text{média}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$1^\circ \text{ dia} - V_{\text{média}} = \frac{3}{0,5} = 6 \text{ km/h}$$

$$2^\circ \text{ dia} - V_{\text{média}} = \frac{3,5}{0,5} = 7 \text{ km/h}$$

$$3^\circ \text{ dia} - V_{\text{média}} = \frac{4}{0,5} = 8 \text{ km/h} \text{ e assim}$$

sucessivamente.

Portanto, temos uma progressão aritmética de razão 1 km/h.

(02) Verdadeiro.

$$V_{\text{média de João}} = \frac{6}{\left(\frac{40}{60}\right)} = 9 \text{ km/h}$$

$$V_{\text{média de Pedro}} = \frac{4,5}{\left(\frac{30}{60}\right)} = 9 \text{ km/h}$$

(04) Verdadeiro.

$$a_n = a_1 + (n-1)r \rightarrow \text{Fórmula do termo geral da PA}$$

Logo,

$$a_{10} = 3 + (10-1) \cdot 0,5$$

$$a_{10} = 7,5 \text{ km}$$

(08) Verdadeiro.

- Distância percorrida por João (13 dias)  $\times$  (6 km por dia) = 78 km em 13 dias

- Distância percorrida por Pedro

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \rightarrow \text{Soma dos termos da PA}$$

$$S_{13} = \frac{(3+9)13}{2} \Rightarrow S_{13} = 78 \text{ km}$$

(16) Falso.

- Distância percorrida por João (15 dias)  $\times$  (6 km por dia) = 90 km em 15 dias

- Distância percorrida por Pedro

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \rightarrow \text{Soma dos termos da PA}$$

$$S_{15} = \frac{(3+10)15}{2} \Rightarrow S_{15} = 97,5 \text{ km}$$

Portanto,  $(\text{Distância}_{\text{Pedro}}) - (\text{Distância}_{\text{João}}) = (97,5) - (90) = 7,5 \text{ km} < 10 \text{ km}$

**Resposta da questão 13:**

[D]

A produção mensal da indústria em 2010 corresponde à progressão aritmética  $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_9, a_{10})$ , em que  $a_1$  denota a produção no mês de fevereiro. Desse modo, como  $a_9 - a_3 = 420$ , temos que

$$a_1 + 8r - (a_1 + 2r) = 420 \Leftrightarrow 6r = 420 \Leftrightarrow r = 70, \text{ sendo } r \text{ a razão da progressão aritmética.}$$

Além disso, sabendo que  $a_9 = 1120$ , vem:

$$1120 = a_1 + 8 \cdot 70 \Leftrightarrow a_1 = 560.$$

Portanto, o número de itens produzidos em agosto de 2010 foi  $a_7 = 560 + 6 \cdot 70 = 980$ .

**Resposta da questão 14:**

[B]

Cada linha forma uma progressão aritmética de razão  $x = 2$ . Cada coluna, uma progressão aritmética de razão  $y = 3$ .

Portanto, temos:

↓					
→	1	3	5	7	9
	4	6	8	10	12
	7	9	11	13	15
	10	12	14	16	18
	13	15	17	19	21

**Resposta da questão 15:**

[B]

Linha 32 e na coluna 2  $\Rightarrow$  Progressão Aritmética

$$\Rightarrow a_{33} = a_1 + 32r \Rightarrow a_{33} = 6 + 32 \times (12) \Rightarrow a_{33} = 390.$$

**Resposta da questão 16:**

[E]

A progressão geométrica (972, -324, 108, ...) tem razão

$$\frac{108}{-324} = -\frac{1}{3}. \text{ Logo, seu quinto termo é}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 108 = 12.$$

A progressão aritmética (-51, -44, -37, ...) tem razão igual a  $-44 - (-51) = 7$ . Desse modo, seu vigésimo segundo termo é  $-51 + 21 \cdot 7 = 96$ .

Supondo que  $\left(\frac{1}{4}, x, 9, 54, \dots\right)$ , é uma progressão geométrica, vem

$$x^2 = \frac{1}{4} \cdot 9 \Rightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Portanto, se colocarmos 12 à direita de  $\frac{3}{2}$  e à esquerda de

96, obteremos a progressão geométrica  $\left(\frac{3}{2}, 12, 96, \dots\right)$ ,

cujas razão é 8.

**Resposta da questão 17:**

[C]

O tempo necessário aproximado para que o montante da aplicação seja R\$ 8.000,00 é tal que

$$8000 = 500 \cdot (1 + 0,2)^n \Leftrightarrow 16 = 1,2^n$$

$$\Leftrightarrow 2^4 = \left(\frac{12}{10}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow \log 2^4 = \log \left(\frac{12}{10}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot \log 2 = n \cdot (\log 12 - \log 10)$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 0,301 = n \cdot (1,079 - 1)$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{1,204}{0,079}$$

$$\Rightarrow n \approx 15,24 \text{ anos.}$$

Efetuada as conversões indicadas, obtemos:

$$15 \text{ a} + 0,24 \cdot 12 \text{ m} = 15 \text{ a} + 2,88 \text{ m}$$

$$= 15 \text{ a} + 2 \text{ m} + 0,88 \cdot 30 \text{ d}$$

$$= 15 \text{ a} + 2 \text{ m} + 26,4 \text{ d.}$$

**Resposta da questão 18:**

[C]

A duração das séries constitui uma progressão geométrica, cujo primeiro termo é 25 e cuja razão é  $1 + 0,28 = 1,28$ , isto é,  $(25; 25 \cdot 1,28; 25 \cdot (1,28)^2; \dots; 25 \cdot (1,28)^{n-1})$ .

Sabendo que a duração da última série foi de 1 min 40 s = 100 s, temos

$$25 \cdot (1,28)^{n-1} = 100 \Leftrightarrow \left(\frac{128}{100}\right)^{n-1} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^{7n-7}}{10^{2n-2}} = 2^2$$

$$\Leftrightarrow 2^{7n-9} = 10^{2n-2}$$

$$\Leftrightarrow \log 2^{7n-9} = \log 10^{2n-2}$$

$$\Leftrightarrow (7n - 9) \cdot \log 2 = (2n - 2) \cdot \log 10$$

$$\Rightarrow (7n - 9) \cdot 0,3 = 2n - 2$$

$$\Leftrightarrow 2,1 \cdot n - 2 = 2,7 - 2$$

$$\Leftrightarrow n = 7.$$

Portanto, a soma do número de repetições realizadas nas  $n$  séries é igual a  $7 \cdot 20 = 140$ .