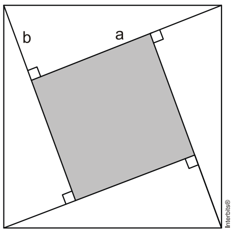
LISTA 26 – SIMULADO MÓDULO 2

1. Na figura abaixo, os triângulos retângulos são congruentes e possuem catetos com medidas a e b.



A área da região sombreada é

a) $2ab$.

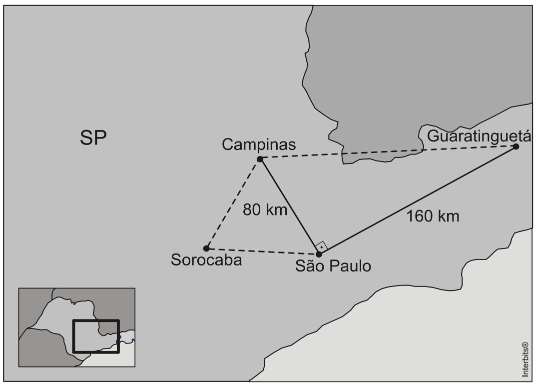
b) $a^2 + b^2$.

c) $a^2 + 2ab + b^2$.

d) $a^2 - 2ab + b^2$.

e) $a^2 - b^2$.

2. Um professor de geografia forneceu a seus alunos um mapa do estado de São Paulo, que informava que as distâncias aproximadas em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Campinas e entre os pontos que representam as cidades de São Paulo e Guaratinguetá eram, respectivamente, 80km e 160km. Um dos alunos observou, então, que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Campinas e Sorocaba formavam um triângulo equilátero. Já um outro aluno notou que as distâncias em linha reta entre os pontos que representam as cidades de São Paulo, Guaratinguetá e Campinas formavam um triângulo retângulo, conforme mostra o mapa.

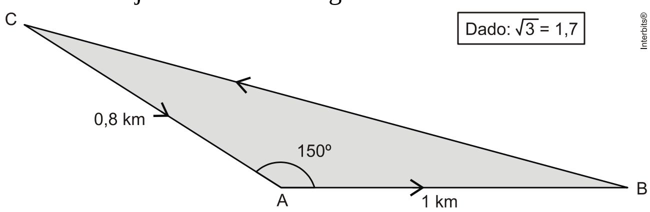


Com essas informações, os alunos determinaram que a distância em linha reta entre os pontos que representam as cidades de Guaratinguetá e Sorocaba, em km, é próxima de

a) $80 \cdot \sqrt{2 + 5 \cdot \sqrt{3}}$ b) $80 \cdot \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{3}}$ c) $80 \cdot \sqrt{6}$

d) $80 \cdot \sqrt{5 + 3 \cdot \sqrt{2}}$ e) $80 \cdot \sqrt{7 \cdot \sqrt{3}}$

3. A caminhada é uma das atividades físicas que, quando realizada com frequência, torna-se eficaz na prevenção de doenças crônicas e na melhora da qualidade de vida.
Para a prática de uma caminhada, uma pessoa sai do ponto A, passa pelos pontos B e C e retorna ao ponto A, conforme trajeto indicado na figura.



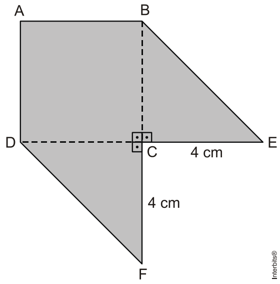
Quantos quilômetros ela terá caminhado, se percorrer todo o trajeto?

a) 2,29. b) 2,33. c) 3,16. d) 3,50. e) 4,80.

4. Sejam as funções compostas $f(g(x)) = 2x - 1$ e $g(f(x)) = 2x - 2$. Sendo $g(x) = x + 1$, então $f(5) + g(2)$ é

a) 10. b) 8. c) 7. d) 6. e) 4

5. Na figura plana abaixo, ABCD é um quadrado de área 10 cm^2. Os segmentos CE e CF medem 4 cm cada. Essa figura deverá ser dobrada nas linhas tracejadas, fazendo com que os pontos E e F coincidam com um ponto P do espaço.



A distância desse ponto P ao ponto A é igual a:

a) 6 cm

b) 5 cm

c) $4\sqrt{2}$ cm

d) $5\sqrt{2}$ cm

e) $6\sqrt{2}$ cm

6. A meia-vida de uma substância radioativa é o tempo necessário para que a quantidade remanescente da substância seja metade da quantidade desintegrada. A função que expressa a relação entre a quantidade presente Q e o tempo t é $Q(t) = Q_0 e^{-kt}$, em que k é a taxa segundo a qual a substância se desintegra.
Qual é a meia-vida de uma substância que se desintegra a uma taxa de 4% ao ano? (Considere $\ell n2 = 0,7$.)

a) 175 anos b) 125 anos c) 17,5 anos

d) 12,5 anos e) 12 anos

7. Diversas pesquisas apontam o endividamento de brasileiros. O incentivo ao consumismo, mediado pelas diversas mídias, associado às facilidades de crédito consignado e ao uso desenfreado de cartões são alguns dos fatores responsáveis por essa perspectiva de endividamento.
(Fonte: Jornal *o Globo*, de 4 de setembro de 2011 – Texto Adaptado)
Suponha que um cartão de crédito cobre juros de 12% ao mês sobre o saldo devedor e que um usuário com dificuldades financeiras suspende o pagamento do seu cartão com um saldo devedor de R$660,00. Se a referida dívida não for paga, o tempo necessário para que o valor do saldo devedor seja triplicado sobre regime de juros compostos, será de:
Dados: $\log 3 = 0,47$; $\log 1,12 = 0,05$.

a) nove meses e nove dias b) nove meses e dez dias

c) nove meses e onze dias d) nove meses e doze dias

e) nove meses e treze dias

8. Adotando os valores $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$, em que prazo um capital triplica quando aplicado a juros compostos à taxa de juro de 20% ao ano?

a) 5 anos e meio

b) 6 anos

c) 6 anos e meio

d) 7 anos

e) 7 anos e meio

9. Numa projeção de filme, o projetor foi colocado a 12 m de distância da tela. Isto fez com que aparecesse a imagem de um homem com 3 m de altura. Numa sala menor, a projeção resultou na imagem de um homem com apenas 2 m de altura. Nessa nova sala, a distância do projetor em relação à tela era de

a) 18 m. b) 8 m. c) 36 m. d) 9 m. e) 12 m.

10. Uma parede retangular pode ser totalmente revestida com ladrilhos retangulares de 30 cm por 40 cm ou com ladrilhos quadrados de 50 cm de lado, inteiros, sem que haja espaço ou superposição entre eles. A menor área que essa parede pode ter é igual a:

a) 4,5 m^2 b) 2,5 m^2 c) 3,0 m^2 d) 4,0 m^2 e) 3,5 m^2

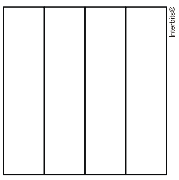
11. Um ambientalista, desejando estimar a área de uma região de preservação ambiental, observou em um mapa, com escala de 1 cm para cada 100 km, que o formato da região era, aproximadamente, um triângulo retângulo de catetos medindo 2 cm e 3 cm. Com base nesses dados, conclui-se que a área da região de preservação ambiental era, aproximadamente, de:

a) $20.000\ km^2$ b) $30.000\ km^2$

c) $35.000\ km^2$ d) $40.000\ km^2$

e) $60.000\ km^2$

12. Um quadrado é dividido em quatro retângulos congruentes traçando-se três linhas paralelas a um dos lados, conforme a figura.



Se a área de cada um desses quatro retângulos é $48\ cm^2$, então o perímetro, em centímetros, do quadrado original é

a) 64 b) $48\sqrt{3}$ c) $48\sqrt{2}$

d) $32\sqrt{3}$ e) $32\sqrt{2}$

13. Numa calculadora científica, ao se digitar um número positivo qualquer e, em seguida, se apertar a tecla log, aparece, no visor, o logaritmo decimal do número inicialmente digitado.
Digita-se o número 10.000 nessa calculadora e, logo após, aperta-se, N vezes, a tecla log, até aparecer um número negativo no visor.
Então, é correto afirmar que o número N é igual a:

a) 2. b) 3. c) 4. d) 5. e) 6.

14. A solução da equação $(0,01)^x = 50$ é

a) – 1 + log $\sqrt{2}$.

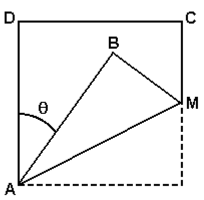
b) 1 + log $\sqrt{2}$.

c) – 1 + log2.

d) 1 + log2.

e) 2log2.

15) Observe a figura abaixo:



Ela representa um papel quadrado ABCD, com 10 cm de lado, que foi dobrado na linha AM, em que M é o ponto médio do lado BC. Se, após a dobra, A, B, C, D e M são coplanares, o valor da tg θ é:

a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4 d) 3/4 e) 2

Gabarito:

Resposta da questão 1: [D]
A área da região sombreada corresponde à área do quadrado de lado $a-b$, ou seja,

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Resposta da questão 2: [B]
Sejam S, P, G e C, respectivamente, os pontos que representam as cidades de Sorocaba, São Paulo, Guaratinguetá e Campinas.

Sabendo que $SPC = 60°$ e $CPG = 90°$, vem $SPG = 150°$. Logo, aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo SPG, encontramos

$$\begin{aligned}\overline{SG}^2 &= \overline{SP}^2 + \overline{PG}^2 - 2\cdot\overline{SP}\cdot\overline{PG}\cdot\cos SPG\\ &= 80^2 + 160^2 - 2\cdot 80\cdot 160\cdot\cos 150°\\ &= 6400 + 25600 - 2\cdot 12800\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ &= 6400\cdot(5 + 2\cdot\sqrt{3})\end{aligned}$$

Portanto, $\overline{SG} = 80\cdot\sqrt{5+2\cdot\sqrt{3}}\ km.$

Resposta da questão 3: [D]
Pela Lei dos Cossenos, obtemos:

$$\begin{aligned}\overline{BC}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AB}\cdot\cos BAC\\ &= (0,8)^2 + 1^2 - 2\cdot 0,8\cdot 1\cdot\cos 150°\\ &= 0,64 + 1 - 2\cdot 0,8\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ &\cong 1,64 + 0,8\cdot 1,7\\ &\cong 3.\end{aligned}$$

Logo, $\overline{BC} \cong 1,7$ e, portanto, o resultado é $1 + 0,8 + 1,7 = 3,5.$

Resposta da questão 4: [A]
Sabendo que $g(f(x)) = 2x - 2$ e $g(x) = x + 1$, vem

$$g(f(x)) = f(x) + 1 \Leftrightarrow 2x - 2 = f(x) + 1 \Leftrightarrow f(x) = 2x - 3.$$

Portanto,

$$f(5) + g(2) = 2\cdot 5 - 3 + 2 + 1 = 10.$$

Resposta da questão 5: [A]
Como o quadrado $ABCD$ tem área igual a $10\,cm^2$, vem que $\overline{AB}^2 = 10\,cm^2$.
De acordo com as informações, temos que o segmento PA é a hipotenusa do triângulo retângulo de catetos $\overline{CP} = 4\,cm$ e $\overline{AC} = \overline{AB}\sqrt{2}\,cm.$ Portanto, pelo Teorema de Pitágoras, obtemos

$$\overline{PA}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CP}^2 \Leftrightarrow \overline{PA}^2 = (\overline{AB}\sqrt{2})^2 + \overline{CP}^2$$
$$\Rightarrow \overline{PA}^2 = 2\cdot 10 + 4^2$$
$$\Rightarrow \overline{PA}^2 = 36$$
$$\Rightarrow \overline{PA} = 6\,\text{cm}.$$

Resposta da questão 6: [C]

Queremos calcular o valor de t para o qual $Q(t) = \frac{Q_0}{2}.$

Então, sabendo que $k = 0,04$ e considerando $\ell n\, 2 \cong 0,7,$ obtemos

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{-0,04t} \Leftrightarrow 2^{-1} = e^{-0,04t}$$
$$\Leftrightarrow \ell n\, 2^{-1} = \ell n\, e^{-0,04t}$$
$$\Rightarrow -0,7 = -0,04t$$
$$\Leftrightarrow t = \frac{0,70}{0,04}$$
$$\Leftrightarrow t = 17,5 \text{ anos}.$$

Resposta da questão 7: [D]

O tempo necessário para que um capital C triplique, aplicado a uma taxa de $12\%,$ capitalizado mensalmente, é dado por

$$3C = C(1+0,12)^n \Leftrightarrow 1,12^n = 3$$
$$\Leftrightarrow \log 1,12^n = \log 3$$
$$\Leftrightarrow n \cdot \log 1,12 = \log 3$$
$$\Rightarrow 0,05 \cdot n = 0,47$$
$$\Leftrightarrow n = 9,4,$$

isto é, 9 meses e $0,4 \cdot 30 = 12$ dias.

Resposta da questão 8: [B]

Seja n o prazo necessário, em anos, para que um capital C triplique, quando aplicado à taxa de juro de 20% ao ano.

Logo,

$$3C = C\cdot(1+0,2)^n \Leftrightarrow 3 = (1,2)^n$$
$$\Leftrightarrow \log 3 = \log\left(\frac{2^2\cdot 3}{10}\right)^n$$
$$\Leftrightarrow \log 3 = n\cdot(2\cdot\log 2 + \log 3 - \log 10)$$
$$\Rightarrow n \cong \frac{0,48}{0,08}$$
$$\Leftrightarrow n = 6.$$

Resposta da questão 9: [B]

Se d é a distância procurada, então $\frac{d}{12} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow d = 8\text{ m}.$

Resposta da questão 10: [C]

A área de um ladrilho retangular de 30cm por 40cm é $30\cdot 40 = 1200\text{cm}^2,$ enquanto a área e um ladrilho quadrado de 50cm de lado é $50^2 = 2500\text{cm}^2.$

Portanto, a menor área que pode ter essa parede, sem que haja espaço ou superposição entre os ladrilhos, é dada por

$$\text{mmc}(1200, 2500) = 30.000\text{cm}^2 = 3,0\text{ m}^2.$$

Resposta da questão 11: [B]

$$A = \frac{200.300}{2}$$
$$A = 30\ 000\text{ km}^2$$

Resposta da questão 12: [D]

A área do quadrado é igual a $48\cdot 4 = 2^6\cdot 3\text{ cm}^2.$

Portanto, o perímetro do quadrado original é dado por $4\cdot\sqrt{2^6\cdot 3} = 32\sqrt{3}\text{ cm}.$

Resposta da questão 13: [B]

Seja $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \log x.$

Sabendo que para $x < 1$ tem-se $f(x) < 0,$ vem

$$f(10000) = \log 10000 = \log 10^4 = 4$$
$$f(f(10000)) = \log 4$$

Como $1 = \log 10 > \log 4,$ segue que

$$f(f(f(10000))) = \log(\log 4) < 0.$$

Resposta da questão 14: [A]

$$(0,01)^x = 50 \Rightarrow \left(\frac{1}{100}\right)^x = 50 \Leftrightarrow \log\left(\frac{1}{100}\right)^x = \log\frac{100}{2}$$
$$\Rightarrow -2x = 2 - \log 2$$
$$\Rightarrow x = -1 + \log\sqrt{2}.$$

Resposta da questão 15:[D]