LISTA 27 – ANÁLISE COMBINATÓRIA PFC

1. (Unicamp 2013) Para acomodar a crescente quantidade de veículos, estuda-se mudar as placas, atualmente com três letras e quatro algarismos numéricos, para quatro letras e três algarismos numéricos, como está ilustrado abaixo.

ABC 1234	ABCD 123

Considere o alfabeto com 26 letras e os algarismos de 0 a 9. O aumento obtido com essa modificação em relação ao número máximo de placas em vigor seria

a) inferior ao dobro.
b) superior ao dobro e inferior ao triplo.
c) superior ao triplo e inferior ao quádruplo.
d) mais que o quádruplo.

2. (Uel 2013) Os clientes de um banco, ao utilizarem seus cartões nos caixas eletrônicos, digitavam uma senha numérica composta por cinco algarismos. Com o intuito de melhorar a segurança da utilização desses cartões, o banco solicitou a seus clientes que cadastrassem senhas numéricas com seis algarismos.
Se a segurança for definida pela quantidade de possíveis senhas, em quanto aumentou percentualmente a segurança na utilização dos cartões?

a) 10% b) 90% c) 100% d) 900% e) 1900%

3. (Ufg 2013) Uma pessoa dispõe de R$800,00 para comprar camisas e calças, de modo a obter exatamente vinte trajes distintos. Cada traje consiste de uma calça e uma camisa, que custam R$110,00 e R$65,00, respectivamente. Considerando-se que cada peça pode fazer parte de mais de um traje, calcule o número de camisas e de calças que a pessoa comprará sem ultrapassar a quantia em dinheiro de que dispõe.

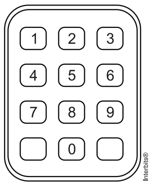
4. (Uepg 2013) Para formar uma senha, devem ser escolhidos três elementos distintos do conjunto {a, b, c, d, 1, 2, 3, 4, 5}. Nesse contexto, assinale o que for correto.

01) O número de senhas formadas por dois algarismos e uma letra, nessa ordem, é menor que 60.
02) O número de senhas formadas somente por algarismos é 60.
04) O número de senhas formadas por letras e algarismos é 140.
08) Podem ser formadas mais de 500 senhas.

5. (Cefet MG 2013) Um grupo de amigos, ao planejar suas férias coletivas, listou 12 cidades brasileiras que pretendem conhecer juntos, sendo que seis ficam no litoral e seis no interior do país. O critério estabelecido foi de alternar as férias, em cada ano, ora em cidades litorâneas, ora, em interioranas, definindo-se que, nos próximos 12 anos, será visitada uma cidade diferente por ano. Desse modo, a quantidade de maneiras possíveis para atender a esse critério é

a) $2.3.11$. b) $2^2.3.11$.) $2.3^2.11$. d) $2^8.3^4.5^2$. e) $2^9.3^4.5^2$.

6. (G1 - ifpe 2012) Por questão de segurança os bancos instalaram ao lado da maçaneta da porta, que dá acesso à área por trás dos caixas, um teclado como o da figura abaixo.
Para entrar nessa área, cada funcionário tem a sua própria senha. Suponha que esta senha seja composta por quatro dígitos distintos. Quantas senhas poderão ser criadas se forem usados apenas os números primos que aparecem no teclado?



a) 6
b) 24
c) 80
d) 120
e) 720

7. (Fgv 2012) Usando as letras do conjunto {*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *h*, *i*, *j*}, quantas senhas de 4 letras podem ser formadas de modo que duas letras adjacentes, isto é, vizinhas, sejam necessariamente diferentes?

a) 7 290 b) 5 040 c) 10 000 d) 6 840 e) 11 220

8. (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido. Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada. O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há

a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

9. (Unisinos 2012) Num restaurante, são oferecidos 4 tipos de carne, 5 tipos de massa, 8 tipos de salada e 6 tipos de sobremesa. De quantas maneiras diferentes podemos escolher uma refeição composta por 1 carne, 1 massa, 1 salada e 1 sobremesa?

a) 23. b) 24. c) 401. d) 572. e) 960.

10. (Enem 2012) O *designer* português Miguel Neiva criou um sistema de símbolos que permite que pessoas daltônicas identifiquem cores. O sistema consiste na utilização de símbolos que identificam as cores primárias (azul, amarelo e vermelho). Além disso, a justaposição de dois desses símbolos permite identificar cores secundárias (como o verde, que é o amarelo combinado com o azul). O preto e o branco são identificados por pequenos quadrados: o que simboliza o preto é cheio, enquanto o que simboliza o branco é vazio. Os símbolos que representam preto e branco também podem ser associados aos símbolos que identificam cores, significando se estas são claras ou escuras.

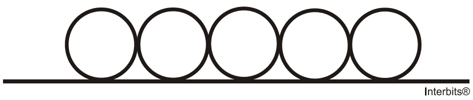
Folha de Sao Paulo. Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 18 fev. 2012. (adaptado)

De acordo com o texto, quantas cores podem ser representadas pelo sistema proposto?
a) 14 b) 18 c) 20 d) 21 e) 23

11. (Pucrj 2012) Seja A o conjunto dos números inteiros positivos com três algarismos. Seja B o subconjunto de A dos números ímpares com três algarismos distintos. Quantos elementos tem o conjunto B?
a) 125
b) 168
c) 320
d) 360
e) 900

12. (Uepa 2012) Um profissional de design de interiores precisa planejar as cores que serão utilizadas em quatro paredes de uma casa, para isso possui seis cores diferentes de tinta. O número de maneiras diferentes que esse profissional poderá utilizar as seis cores nas paredes, sabendo-se que somente utilizará uma cor em cada parede, é:
a) 24
b) 30
c) 120
d) 360
e) 400

13. (Mackenzie 2011) Cada um dos círculos da figura deverá ser pintado com uma cor, escolhida dentre três disponíveis. Sabendo que dois círculos consecutivos nunca serão pintados com a mesma cor, o número de formas de se pintar os círculos é



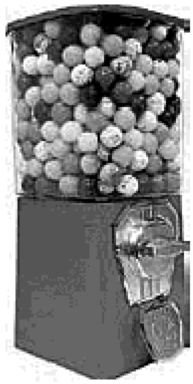
a) 72
b) 68
c) 60
d) 54
e) 48

14. (Insper 2011) No aniversário de 20 anos de uma escola, seu fundador fez a seguinte declaração:

"Nesses 20 anos, formamos 25 alunos que hoje são professores desta casa e 30 alunos que hoje são médicos. Entretanto, em nenhum ano formamos mais do que dois desses médicos e nem mais do que três desses professores."

É correto afirmar que, certamente,
a) em todos os anos formou-se pelo menos um dos professores.
b) em todos os anos formou-se pelo menos um dos médicos.
c) em pelo menos um ano não se formou nenhum médico e nenhum professor.
d) em pelo menos um ano formou-se pelo menos um médico e pelo menos um professor.
e) em pelo menos um ano formou-se pelo menos um médico e nenhum professor.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:
Uma máquina contém pequenas bolas de borracha de 10 cores diferentes, sendo 10 bolas de cada cor. Ao inserir uma moeda na máquina, uma bola é expelida ao acaso.
Observe a ilustração:



15. (Uerj 2011) Para garantir a retirada de 4 bolas de uma mesma cor, o menor número de moedas a serem inseridas na máquina corresponde a:
a) 5
b) 13
c) 31
d) 40

Gabarito:

Resposta da questão 1: [A]

Total de placas possíveis no modelo em estudo: $26^4 \cdot 10^3$
Total de placas possíveis no modelo atual: $26^3 \cdot 10^4$

Razão entre os dois valores: $\dfrac{26^4.10^3}{26^3.10^4} = 2{,}6.$

Portanto, o aumento será de 2,6 – 1 = 1,6 (160%), ou seja, menos que o dobro.

Resposta da questão 2: [D]

O número de senhas com 5 algarismos é 10^5 e o número de senhas com 6 algarismos é $10^6.$ Desse modo, o aumento percentual da segurança foi de

$$\frac{10^6 - 10^5}{10^5} \cdot 100\% = \frac{10^5 \cdot (10-1)}{10^5} \cdot 100\%$$
$$= 900\%.$$

Resposta da questão 3:
Possíveis compras (o produto das quantidades deve ser 20)
1 calça e 20 camisas: $110 + 20 \cdot 65 = 1410$ (maior que 800)
2 calças e 10 camisas: $2 \cdot 110 + 10 \cdot 65 = 870$ (maior que 800)
4 calças e 5 camisas: $4 \cdot 110 + 5 \cdot 65 = 765$ (menor que 800)
5 calças e 4 camisas: $5 \cdot 110 + 4 \cdot 65 = 810$ (maior que 800)
10 calças e 2 camisas: $10 \cdot 110 + 2 \cdot 65 = 1230$ (maior que 800)
20 calças e 1 camisa: $20 \cdot 110 + 1 \cdot 65 = 2265$ (maior que 800)
Logo, a pessoa comprará 4 calças e 5 camisas.

Resposta da questão 4: 02 + 08 = 10.

[01] Falsa, pois $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100 > 60$.
[02] Verdadeira, pois $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.
[04] Falsa, pois $9 \cdot 8 \cdot 7$ (todas as senhas possíveis) – $4 \cdot 3 \cdot 2$ (senhas formadas apenas por letras) – $5 \cdot 4 \cdot 3$ (senhas formadas apenas por algarismos) = 420.
[08] Verdadeira, pois $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$.

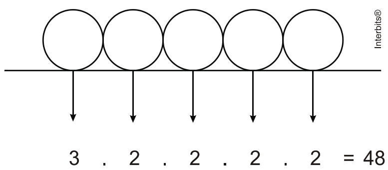
Resposta da questão 5: [E]

Temos duas sequências possíveis (I = interior e L = litoral)
I L I L I L I L I L I L ou **L I L I L I L I L I L I**
Em números, temos:
$2.6.6.5.5.4.4.3.3.2.2.1.1 = 2.6^2.5^2.4^2.3^2.2^2 = 2^9.3^4.5^2$.

Resposta da questão 6: [B]
Números primos do teclado: 2, 3, 5 e 7.
Número de senhas: 4.3.2.1 = 24.

Resposta da questão 7: [A]
Para a primeira posição, temos 10 possibilidades.
Para a segunda posição, temos 9 possibilidades, já que não pode ser igual à da primeira.
Para a terceira posição, temos 9 possibilidades, já que não pode ser igual à da segunda.
Para a quarta posição, temos 9 possibilidades, já que não pode ser igual à da terceira.
Logo, o número de senhas possíveis será $10 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ = 7 290.

Resposta da questão 8: [A]
Pelo PFC, existem $5 \cdot 6 \cdot 9 = 270$ respostas possíveis. Portanto, o diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há $280 - 270 = 10$ alunos a mais do que o número de respostas possíveis.
Resposta da questão 9: [E]
Aplicando o princípio fundamental da contagem, temos: 4.5.8.6 = 960.
Resposta da questão 10: [C]
Cores primárias: 3 (vermelho, amarelo e azul).
Cores secundárias: 3 (verde, (amarelo e azul), violeta (azul e vermelho) e laranja (amarelo e vermelho))
Cada uma dessas cores terá três tonalidades (normal, clara e escura).
Preto e branco: 2.
Portanto, o total de cores será 3.(3 + 3) + 2 = 20.
Resposta da questão 11: [C]
Existem 5 escolhas para o algarismo das unidades, 8 escolhas para o algarismo das centenas (devemos excluir o zero) e 8 escolhas para o algarismo das dezenas.
Portanto, pelo PFC, B possui $8 \cdot 8 \cdot 5 = 320$ elementos.
Resposta da questão 12: [D]
Existem 6 modos de escolher a cor da primeira parede, 5 para escolher a cor da segunda, 4 de escolher a cor da terceira e 3 de escolher a cor da quarta. Portanto, pelo PFC, existem $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ maneiras de pintar as paredes de modo que cada uma tenha uma cor distinta.
Resposta da questão 13: [E]
Temos três possíveis cores para o primeiro círculo e duas para cada um dos demais.



Resposta da questão 14: [D]
Como em nenhum ano a escola formou mais do que 3 professores, em pelo menos 9 anos foram formados professores.
Por outro lado, em nenhum ano a escola formou mais do que 2 médicos. Logo, em pelo menos 15 anos foram formados médicos.
Portanto, como $9 + 15 = 24 > 20,$ temos que em pelo menos um ano formou-se pelo menos um médico e pelo menos um professor.
Resposta da questão 15: [C]
Inserindo $3 \times 10 = 30$ moedas ainda teríamos a possibilidade de obtermos exatamente 3 bolas de cada cor. Logo, para garantir a retirada de 4 bolas de uma mesma cor, deverão ser inseridas $30 + 1 = 31$ moedas.