NOME:				
CURSO:	MATEMÁTICA	DATA:	/ /2013	

LISTA 44 – MÓDULO 4

1. (Espcex (Aman) 2014) O elemento da segunda linha e terceira coluna da matriz <u>inversa</u> da matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ é:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 0 d) -2 e) $-\frac{1}{3}$

2. (Ufrn 2013) Considere, a seguir, uma tabela com as notas de quatro alunos em três avaliações e a matriz M formada pelos dados dessa tabela.

	Avaliação 1	Avaliação 2	Avaliação 3
Thiago	8	9	6
Maria	6	8	7
Sônia	9	6	6
André	7	8	9

$$M = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 6 \\ 6 & 8 & 7 \\ 9 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

O produto $\frac{1}{3}M\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ corresponde à média

a) de todos os alunos na Avaliação 3.
b) de cada avaliação.
c) de cada aluno nas três avaliações.
d) de todos os alunos na Avaliação 2.

3. (Pucrs 2013) Num jogo, foram sorteados 6 números para compor uma matriz $M = (m_{ij})$ de ordem 2×3. Após o sorteio, notou-se que esses números obedeceram à regra $m_{ij} = 4i - j$. Assim, a matriz M é igual a _________.

a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 6 \\ 11 & 10 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

4. (Espcex (Aman) 2013) Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & x \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} x & y+4 \\ y & 3 \end{bmatrix}$.

Se x e y são valores para os quais B é a transposta da Inversa da matriz A, então o valor de $x + y$ é

a) –1 b) –2 c) –3 d) –4 e) –5

5. (Uel 2013) Atualmente, com a comunicação eletrônica, muitas atividades dependem do sigilo na troca de mensagens, principalmente as que envolvem transações financeiras. Os sistemas de envio e recepção de mensagens codificadas chamam-se Criptografia. Uma forma de codificar mensagens é trocar letras por números, como indicado na tabela-código a seguir.

	1	2	3	4	5
1	Z	Y	X	V	U
2	T	S	R	Q	P
3	O	N	M	L	K
4	J	I	H	G	F
5	E	D	C	B	A

Nessa tabela-código, uma letra é identificada pelo número formado pela linha e pela coluna, nessa ordem. Assim, o número 32 corresponde à letra N. A mensagem final ***M*** é dada por $A + B = M$, onde ***B*** é uma matriz fixada, que deve ser mantida em segredo, e ***A*** é uma matriz enviada ao receptor legal. Cada linha da matriz ***M*** corresponde a uma palavra da mensagem, sendo o **0** (zero) a ausência de letras ou o espaço entre palavras.
José tuitava durante o horário de trabalho quando recebeu uma mensagem do seu chefe, que continha uma matriz ***A***. De posse da matriz ***B*** e da tabela-código, ele decodificou a mensagem. O que a chefia informou a José?
<u>Dados</u>:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 20 & 13 & 8 & 50 & 25 & 1 \\ 0 & 0 & 34 & 32 & 3 & 4 & 0 \\ 45 & 26 & 13 & 24 & 0 & 0 & 0 \\ 30 & 45 & 16 & 20 & 11 & 17 & 0 \\ 1 & 50 & 21 & 3 & 35 & 42 & 11 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 10 & 11 & 10 & 15 & -8 & 30 & -1 \\ 14 & 31 & 19 & 19 & -3 & -4 & 0 \\ 6 & -4 & 8 & 31 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 6 & 16 & 32 & 20 & -17 & 0 \\ 44 & -8 & 13 & 30 & 20 & 10 & 20 \end{bmatrix}$$

a) Sorria voce esta sendo advertido.
b) Sorria voce esta sendo filmado.
c) Sorria voce esta sendo gravado.
d) Sorria voce esta sendo improdutivo.
e) Sorria voce esta sendo observado.

6. (Espm 2013) A distribuição dos n moradores de um pequeno prédio de apartamentos é dada pela matriz $\begin{bmatrix} 4 & x & 5 \\ 1 & 3 & y \\ 6 & y & x+1 \end{bmatrix}$, onde cada elemento a_{ij} representa a quantidade de moradores do apartamento j do andar i.

Sabe-se que, no 1º andar, moram 3 pessoas a mais que no 2º e que os apartamentos de número 3 comportam 12 pessoas ao todo. O valor de n é:
a) 30 b) 31 c) 32 d) 33 e) 34

7. (Fuvest 2013) Sejam α e β números reais com $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$ e $0 < \beta < \pi$. Se o sistema de equações, dado em notação matricial,

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \operatorname{tg}\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix},$$

for satisfeito, então $\alpha + \beta$ é igual a

a) $-\frac{\pi}{3}$ b) $-\frac{\pi}{6}$ c) 0 d) $\frac{\pi}{6}$ e) $\frac{\pi}{3}$

8. (Fgv 2013) Sabendo que a inversa de uma matriz A é $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$, e que a matriz X é solução da equação matricial $X \cdot A = B$, em que $B = \begin{bmatrix} 8 & 3 \end{bmatrix}$, podemos afirmar que a soma dos elementos da matriz X é
a) 7 b) 8 c) 9 d) 10 e) 11

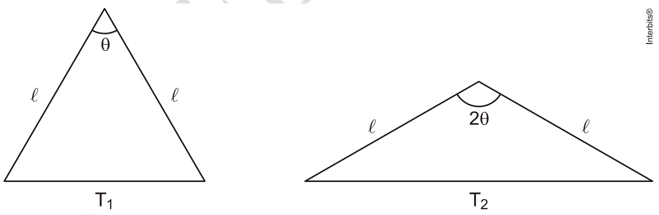
9. (Insper 2013) Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$B = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ e $Y = \begin{bmatrix} x^2 \\ y^2 \end{bmatrix}$. Se x e y são as soluções não nulas da equação $A \cdot Y + B \cdot X = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, então $x \cdot y$ é igual a
a) 6. b) 7. c) 8. d) 9. e) 10.

10. (Udesc 2013) Se a é o menor valor que satisfaz a inequação $|1-8x| \le 3$ e $\operatorname{sen}(y) = a$, então o valor da constante k, que satisfaz a igualdade $\operatorname{sen}(2y) = k\operatorname{cotg}(y)$, é:

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{16}$ e) 1

11. (Insper 2013) Movendo as hastes de um compasso, ambas de comprimento ℓ, é possível determinar diferentes triângulos, como os dois representados a seguir, fora de escala.



Se a área do triângulo T_1 é o triplo da área do triângulo T_2, então o valor de $\cos\theta$ é igual a

a) $\frac{1}{6}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. d) $\frac{1}{2}$. e) $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

12. (Ime 2013) Seja Δ o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x^2 & x^3 \\ x & x & 1 \end{bmatrix}$. O número de possíveis valores de *x* reais que anulam Δ é
a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

13. (Uepg 2013) Sobre a matriz $A = \begin{pmatrix} \cos 15^\circ & -\operatorname{sen} 15^\circ \\ \operatorname{sen} 15^\circ & \cos 15^\circ \end{pmatrix}$, assinale o que for correto.

01) $A^2 = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & -\operatorname{sen} 30^\circ \\ \operatorname{sen} 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix}$

02) $\det A = 1$.

04) $A + A^t = \begin{pmatrix} \cos 30^\circ & 0 \\ 2 & \cos 30^\circ \end{pmatrix}$

08) $\det(2A) = -\frac{1}{2}$

16) $\det A^2 = 0$

14. (Uepb 2013) A equação $\begin{vmatrix} \log(x-1) & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \log(x-1) & 1 & \log(x-1) \end{vmatrix} = 0$ tem como solução real os valores de x:
a) 2 e 10 b) 0 e 2 c) 3 e 11 d) 4 e 11 e) 2 e 11

15. (Epcar (Afa) 2013) Considere as matrizes A e B, inversíveis e de ordem **n**, bem como a matriz identidade I. Sabendo que $\det(A) = 5$ e $\det\left(I.B^{-1}.A\right) = \frac{1}{3}$, então o $\det\left[3.\left(B^{-1}.A^{-1}\right)^t\right]$ é igual a

a) $5 \cdot 3^n$ b) $\frac{3^{n-1}}{5^2}$ c) $\frac{3^n}{15}$ d) 3^{n-1}

16. (Ita 2013) Se $\cos 2x = \frac{1}{2}$, então um possível valor de $\dfrac{\operatorname{cotg} x - 1}{\operatorname{cossec}(x-\pi) - \sec(\pi - x)}$ é

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. b) 1. c) $\sqrt{2}$. d) $\sqrt{3}$. e) 2.

17. (Fgv 2013) Se $\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \frac{\sqrt{15}}{3}$ e $\cos x + \cos y = 1$, então, $\sec(x-y)$ é igual a

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 2 d) 3 e) 4

REFERENCIAL VESTIBULARES

Gabarito:

Resposta da questão 1: [A]

Considere a matriz B a inversa da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$

logo b_{23} será dado por:

$$\text{Det}(A) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3$$

$$b_{23} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}} \cdot A_{32} = \frac{1}{3} \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = \frac{2}{3}$$

Resposta da questão 2: [C]

Efetuando o produto, obtemos

$$\frac{1}{3} M \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{3} & \frac{9}{3} & \frac{6}{3} \\ \frac{6}{3} & \frac{8}{3} & \frac{7}{3} \\ \frac{9}{3} & \frac{6}{3} & \frac{6}{3} \\ \frac{7}{3} & \frac{8}{3} & \frac{9}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8+9+6}{3} \\ \frac{6+8+7}{3} \\ \frac{9+6+6}{3} \\ \frac{7+8+9}{3} \end{pmatrix},$$

o que corresponde à média de cada aluno nas três avaliações.

Resposta da questão 3: [C]

Temos

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 4 \cdot 1 - 1 & 4 \cdot 1 - 2 & 4 \cdot 1 - 3 \\ 4 \cdot 2 - 1 & 4 \cdot 2 - 2 & 4 \cdot 2 - 3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Resposta da questão 4: [C]

Considere a matriz M dada por

$$M = \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 5 & 1 & 0 \\ 1 & x & 0 & 1 \end{array}\right).$$

Aplicando as operações elementares sobre a matriz $M,$ obtemos

$$L_1 \leftrightarrow L_2$$

$$M' = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & x & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$L_2'' \leftrightarrow (-3) \cdot L_1' + L_2'$$

$$M'' = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & x & 0 & 1 \\ 0 & -3x+5 & 1 & -3 \end{array}\right)$$

$$L_2''' \leftrightarrow \frac{1}{-3x+5} \cdot L_2''$$

$$M''' = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & x & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{-3x+5} & \frac{-3}{-3x+5} \end{array}\right)$$

$$L_1'''' \leftrightarrow (-x) \cdot L_2''' + L_1'''$$

$$M'''' = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & \frac{x}{3x-5} & -\frac{5}{3x-5} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3x-5} & \frac{3}{3x-5} \end{array}\right).$$

Desse modo, $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{x}{3x-5} & -\frac{5}{3x-5} \\ -\frac{1}{3x-5} & \frac{3}{3x-5} \end{pmatrix}$ e, portanto,

$$(A^{-1})^t = \begin{pmatrix} \frac{x}{3x-5} & -\frac{1}{3x-5} \\ -\frac{5}{3x-5} & \frac{3}{3x-5} \end{pmatrix}.$$

Se B é a transposta da inversa de $A,$ então

$$\begin{pmatrix} x & y+4 \\ y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x}{3x-5} & -\frac{1}{3x-5} \\ -\frac{5}{3x-5} & \frac{3}{3x-5} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3 = \frac{3}{3x-5} \\ y = -\frac{5}{3x-5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}.$$

Portanto, $x + y = 2 + 5 = 7.$

Resposta da questão 5: [B]

A matriz M é tal que

$$M = \begin{bmatrix} 12 & 20 & 13 & 8 & 50 & 25 & 1 \\ 0 & 0 & 34 & 32 & 3 & 4 & 0 \\ 45 & 26 & 13 & 24 & 0 & 0 & 0 \\ 30 & 45 & 16 & 20 & 11 & 17 & 0 \\ 1 & 50 & 21 & 3 & 35 & 42 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 & 11 & 10 & 15 & -8 & 30 & -1 \\ 14 & 31 & 19 & 19 & -3 & -4 & 0 \\ 6 & -4 & 8 & 31 & 0 & 0 & 0 \\ -8 & 6 & 16 & 32 & 20 & -17 & 0 \\ 44 & -8 & 13 & 30 & 20 & 10 & 20 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 22 & 31 & 23 & 23 & 42 & 55 & 0 \\ 14 & 31 & 53 & 51 & 0 & 0 & 0 \\ 51 & 22 & 21 & 55 & 0 & 0 & 0 \\ 22 & 51 & 32 & 52 & 31 & 0 & 0 \\ 45 & 42 & 34 & 33 & 55 & 52 & 31 \end{bmatrix}.$$

Portanto, a chefia informou a José: “Sorria, você está sendo filmado”.

REFFERENCIAL VESTIBULARES

Resposta da questão 6: [C]
Sabendo que os apartamentos de número 3 comportam 12 pessoas ao todo, temos:
$5+y+x+1=12 \Leftrightarrow x+y=6.$
Portanto, o valor de n é dado por:
$4+1+6+x+3+y+12=26+6=32.$

Resposta da questão 7: [B]
Efetuando o produto matricial, vem

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \text{tg}\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\,\text{tg}\alpha+6\cos\beta=0 \\ 6\,\text{tg}\alpha+8\cos\beta=-2\sqrt{3} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\,\text{tg}\alpha+6\cos\beta=0 \\ -3\,\text{tg}\alpha-4\cos\beta=\sqrt{3} \end{cases}$$
$$\Rightarrow 2\cos\beta=\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow \cos\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\Rightarrow \beta=\frac{\pi}{6}\text{rad}.$$

Desse modo,

$$3\,\text{tg}\alpha+6\cos\frac{\pi}{6}=0 \Rightarrow \text{tg}\alpha=-\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow \alpha=-\frac{\pi}{3}\text{rad}$$

e, portanto,

$$\alpha+\beta=-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}\text{rad}.$$

Resposta da questão 8: [A]
Sabendo que $A\cdot A^{-1}=I,$ com I sendo a matriz identidade de ordem $2,$ temos

$$X\cdot A=B \Leftrightarrow X\cdot A\cdot A^{-1}=B\cdot A^{-1}$$
$$\Leftrightarrow X\cdot I=B\cdot A^{-1}$$
$$\Leftrightarrow X=\begin{bmatrix} 8 & 3 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow X=\begin{bmatrix} 24-15 & -8+6 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow X=\begin{bmatrix} 9 & -2 \end{bmatrix}.$$

Por conseguinte, a soma pedida é igual a $9+(-2)=7.$

Resposta da questão 9: [C]
Sabendo que $x\neq 0$ e $y\neq 0,$ vem

$$A\cdot Y+B\cdot X=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x^2 \\ y^2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3x^2 \\ y^2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 3y \\ 8x \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3x^2+3y \\ y^2+8x \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+3y=0 \\ y^2+8x=0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x^2 \\ x(x^3+8)=0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}.$$

Portanto, $x\cdot y=(-2)\cdot(-4)=8.$

Resposta da questão 10: [A]

Sabendo que $|\,w\,|\leq\alpha \Leftrightarrow -\alpha\leq w\leq\alpha,$ para todo $\alpha\geq 0,$ temos

$$|1-8x|\leq 3 \Leftrightarrow -3\leq 1-8x\leq 3$$
$$\Leftrightarrow -3\leq 8x-1\leq 3$$
$$\Leftrightarrow -2\leq 8x\leq 4$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}\leq x\leq\frac{1}{2}.$$

Logo, $a=-\frac{1}{4}$ e, portanto, $\text{sen}\,y=-\frac{1}{4}.$
Desse modo, vem

$$\text{sen}\,2y=k\cdot\text{cotg}\,y \Leftrightarrow 2\cdot\text{sen}\,y\cdot\cos y=k\cdot\frac{\cos y}{\text{sen}\,y}$$
$$\Rightarrow k=2\cdot\text{sen}^2\,y$$
$$\Rightarrow k=2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)^2$$
$$\Rightarrow k=\frac{1}{8}.$$

Resposta da questão 11: [A]
A área de T_1 é dada por $\frac{1}{2}\cdot\ell^2\cdot\text{sen}\theta,$ enquanto que a área de T_2 é igual a $\frac{1}{2}\cdot\ell^2\cdot\text{sen}2\theta.$ Logo, sabendo que a área de T_1 é o triplo da área de $T_2,$ vem

$$\frac{1}{2}\cdot\ell^2\cdot\text{sen}\theta=3\cdot\frac{1}{2}\cdot\ell^2\cdot\text{sen}2\theta \Leftrightarrow \text{sen}\theta=3\cdot 2\cdot\text{sen}\theta\cdot\cos\theta$$
$$\Leftrightarrow \cos\theta=\frac{1}{6}.$$

Resposta da questão 12: [C]
Temos:

$$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & x^2 & x^3 \\ x & x & 1 \end{vmatrix}$$
$$=x^4-3x^3+4x^2-2x$$
$$=x\cdot(x^3-3x^2+4x-2)$$
$$=x\cdot(x-1)\cdot(x^2-2x+2).$$

Portanto, como $x^2-2x+2=0$ não possui raízes reais, segue que apenas $x=0$ e $x=1$ anulam $\Delta.$

Resposta da questão 13: 01 + 02 = 03.

[01] (**Verdadeira**), pois

$$A^2=\begin{pmatrix} \cos^2 15°-\text{sen}^2 15° & -\cos 15°.\text{sen}15°-\cos 15°\cdot\text{sen}15° \\ \cos 15°\cdot\text{sen}15°+\cos 15°\cdot\text{sen}15° & -\cos^2 15°+\text{sen}^2 15° \end{pmatrix}$$
$$=\begin{pmatrix} \cos 30° & -\text{sen}30° \\ \text{sen}30° & -\cos 30° \end{pmatrix}$$

[02] (**Verdadeira**). $\det(A)=\cos^2 15°+\text{sen}^2 15°=1.$

REFERENCIAL VESTIBULARES

[04] (**Falsa**). $A + A^t = \begin{pmatrix} 2\cdot\cos 15° & 0 \\ 0 & 2\cdot\cos 15° \end{pmatrix}.$

[08] (**Falsa**). $\det(2\cdot A) = 2^2\cdot\det(A) = 4\cdot 1 = 4.$

[16] (**Falsa**). $\det A^2 = (\det A)^2 = 1^2 = 1.$

Resposta da questão 14: [E]

Temos

$$\begin{vmatrix} \log(x-1) & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ \log(x-1) & 1 & \log(x-1) \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \log(x-1)[\log(x-1)-1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{c} \log(x-1) = 0 \\ \text{ou} \\ \log(x-1) - 1 = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ ou } x = 11.$$

Resposta da questão 15: [B]

$$\det\left(I\cdot B^{-1}\cdot A\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \det\left(B^{-1}A\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \det\left(B^{-1}\right)\cdot\det(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow \det\left(B^{-1}\right)\cdot 5 = \frac{1}{3} \Rightarrow$$

$$\det B^{-1} = \frac{1}{15}$$

$$\det\left[3\cdot\left(B^{-1}\cdot A^{-1}\right)^t\right] = \det\left[3\cdot(A^{-1}\cdot B^{-1}\right] = 3^n\cdot\det\left(A^{-1}\cdot B^{-1}\right) = 3^n\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{15} =$$

$$= \frac{3^n}{3\cdot 5^2} = \frac{3^{n-1}}{5^2}$$

Resposta da questão 16: [A]

$$\frac{\text{cotg } x - 1}{\text{cossec}(x-\pi) - \sec(\pi - x)} = \frac{\frac{\cos x}{\text{sen} x} - 1}{-\frac{1}{\text{sen} x} + \frac{1}{\cos x}} = \frac{\frac{\cos x - 1}{\text{sen} x}}{\frac{1 - \cos x}{\text{sen} x.\cos x}} = -\cos x \text{ (I)}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{2} \Rightarrow \cos x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (II)}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$\frac{\text{cotg } x - 1}{\text{cossec}(x-\pi) - \sec(\pi - x)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou}$$

$$\frac{\text{cotg } x - 1}{\text{cossec}(x-\pi) - \sec(\pi - x)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Resposta da questão 17: [D]

Sabendo que $\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1,$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,\beta$ e $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha},$

vem

$$\left|\begin{array}{l} \text{sen}\,x + \text{sen}\,y = \frac{\sqrt{15}}{3} \\ \cos x + \cos y = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} \text{sen}^2 x + 2\,\text{sen}\,x\,\text{sen}\,y + \text{sen}^2 y = \frac{15}{9} \\ \cos^2 x + 2\cos x\cos y + \cos^2 y = 1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \text{sen}^2 x + \cos^2 x + 2\cdot(\text{sen}\,x\,\text{sen}\,y + \cos x\cos y) + {} + \text{sen}^2 y + \cos^2 y = \frac{5}{3} + 1$$

$$\Leftrightarrow 2\cdot(\text{sen}\,x\,\text{sen}\,y + \cos x\cos y) = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\text{sen}\,x\,\text{sen}\,y + \cos x\cos y} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos(x-y)} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sec(x-y) = 3.$$

REFERENCIAL VESTIBULARES